Beispielaufgaben zur physikalischen Arbeit

Hub-Arbeit $W_h = m * g * h$

1. Auf der Erde beträgt der Ortsfaktor 9,81 N/kg, auf dem Mond hingegen nur ca. 1/6 des Ortsfaktors auf der Erde, also ca. 1,64 N/kg. Auf der Sonne hingegen beträgt der Ortsfaktor 270 N/kg.
   Welche Arbeit muss man jeweils aufwenden, um einen 20 kg – Zementsack (Standardgewicht auf dem Bau) auf die Höhe 1,20 m anzuheben.
   geg: m, g, h
   ges: W_h
   Lsg: $W_h = m * g * h = 20\ kg * 9{,}81\ N/kg * 1{,}20\ m = 235{,}4...\ J \approx 240\ J$ (Erde)
   Mond
   $W_h = m * g * h = 20\ kg * 1{,}64\ N/kg * 1{,}20\ m = 39{,}36\ J \approx 39\ J$
   oder geschickter (linear !)
   $W_h = m * g * h = 20\ kg * 9{,}81/6\ N/kg * 1{,}20\ m = 240\ J / 6 = 40\ J$
   Sonne
   $W_h = m * g * h = 20\ kg * 270\ N/kg * 1{,}20\ m = 6\ 480\ J \approx 6{,}5\ kJ$
   oder geschickter (linear !)
   $W_h = m * g * h = 20\ kg * 9{,}81/6\ N/kg * 27 * 1{,}20\ m = 240\ J * 27 \approx 6{,}5\ kJ$

2. Ein Bauarbeiter wendet 2 kJ Arbeit auf, um einen 20 kg – Zementsack 3 Stockwerke hoch zu tragen. Wie hoch ist ein Stockwerk ?

   geg: $m = 20\ kg$, $E_h = 2\ kJ = 2000\ J$
   ges: h bzw. h/3
   Lsg: $W_h = m * g * h \Rightarrow h = \frac{W_h}{m * g} = \frac{2000}{20 * 10} [\frac{J}{kg * N / kg} = \frac{Nm}{N} = m] = 10m$
   also beträgt eine Stockwerkshöhe ca. 3,30 m

   Natürlich ist bei dieser Rechnung nur die zusätzliche Arbeit durch den Transport des Zementsackes gerechnet. Um die vollständige Arbeit zu betrachten, muss man die gesamte Masse Mann (85 kg) + Zementsack (20 kg) betrachten:
   (hier die Rechnung mit einer energetischen Betrachtung)
   $W_h = E_h - 0J = m * g * h = 105kg * 10 \frac{N}{kg} * 10m \approx 11\ kJ$
   Die Nutzenergie beträgt also weniger als 20 % der aufgewendeten Energie.
   Wenn ihr selber (m = 60 kg) 5 Stockwerke (h = 18 m) hoch steigt, müsst ihr an Hubarbeit aufbringen: 60 kg * 10 N/kg * 18 m ≈ 11 kJ – die Einheit Joule ist also sehr klein.
   Vergleich mit Verbrennungsenergie (Angaben z. Bsp. auf Getränkeflaschen)
   Energiebedarf an Essen für einen Jugendlichen pro Tag: 2500 kcal

   Umrechnung kcal nach kJ

   2500 Kilokalorien (kcal) = 10467 Kilojoule (kJ)

3. Die Hubarbeit bzw. Höhenenergie ist linear – das vereinfacht viele Betrachtungen.

Um 1,2 t (Mondauto) auf dem Mond 1,2 m (kleiner Buckel) hoch zu heben, benötigt man eine Arbeit (Energie) von 2,4 kJ – **bitte nachrechnen !**
Welche Arbeit benötigt man mindestens, um das Mondauto auf einen größeren Buckel mit h = 18 m hochfahren zu lassen ?
Was heißt hier „mindestens“ ?

umständliche Lösung:
$W_h = E_h$ = 1,2 t * 1,64 N/kg * 18 m ≈ 35 kJ
schneller
W_h = 2,4 kJ * 15 = 36 kJ da 1,2 m * 15 = 18 m (Unterschied kommt von der Rundung des Zwischenergebnisses – wer es nicht glaubt, kann gerne exakt nachrechnen!)

4. Die Ägypter mussten riesige Marmorquader (m = 20 t) auf eine Höhe bis zu 80 m (Pyramiden) hoch transportieren.
Berechne die Arbeit bei direktem „Hochheben“ – damals unmöglich!
E_h = m * g * h = 20 000 kg * 10 N/kg * 80 m ≈ 16 000 000 J = 16 MJ

Aus einem 1 Liter Heizöl lässt sich eine Energie von 35 MJ gewinnen.
Alleine um 1 solchen Marmorblock hoch zu transportieren (**alles bitte ohne Energieverluste gerechnet !**) müsste man mit heutiger Technik ca. 0,5 Liter Heizöl pro Marmorblock rechnen.
In der Gizeh-.Pyramide wurde ca. 100 000 Marmorblöcke verbaut – das entspricht einem Mindestverbrauch von 0,5 * 100 000 Liter = 50 000 Liter Heizöl.
In Wirklichkeit wäre der Verbrauch natürlich viel höher !

Beschleunigungsarbeit $W_a = F * s$ mit F = konstant

1. Ein Formel1 – Wagen (m = 650 kg inklusive Fahrer ! – ein normales Auto besitzt eine Masse zwischen 1,5 t und 2 t !) beschleunigt in 2,5 s von 0 km/h auf 100 km/h.
Dabei legt er eine Strecke von ca. 35 m zurück.
Berechne die mittlere beschleunigende Kraft (damit wird nach der konstanten Kraft gefragt, die die gleichen Ergebnisse erzeugen würde !)
geg: m = 650 kg, v = 100 km/h = 100/3,6 m/s
ges: F in kN
Lsg: $E_{kin} = ½ * m * v^2 = ½ * 650 \text{ kg} * (\frac{100}{3,6}\frac{m}{s})^2 \approx 250 \text{ kJ}$

$W_a = \Delta E$ = 250 kJ, da Start aus dem Stand !

$\Rightarrow F * s = 250 \text{ kJ} \Rightarrow F = \frac{E_{kin}}{s} = \frac{250\ kJ}{35\ m} \approx 7k\ [\frac{Nm}{n} = N]$

zum Vergleich
Ein normaler PKW (m = 1,6 t) benötigt 6,5 s und eine Strecke von ca. 80 m
Dann erhält man mit obiger Rechnung

F ≈ 8 kN

Den Unterschied im Motor macht also nicht die größere Kraft, sondern vielleicht die wesentlich höhere Leistung aus
- annähernd gleiche Energie in wesentlich kürzerer Zeit !!

Leistung in kW: $P = \frac{E}{t} = \frac{250kJ}{2,5s} = 100kW = 100\ \ 000\ W \approx 140\ PS$

Dieses Ergebnis verblüfft wieder, denn das ist für ein normales Auto eine normale Größerordnung – aber der Formel1 Motor wird bis an die Leistungsgrenze belastet.
Dazu kommt noch, dass die Formel1 – Motoren tatsächlich eine viel höhere Leistung besitzen, aber die Kunst des Fahrers besteht darin, diese Leistung wohldosiert auf die Straße zu bringen, so dass die Reifen nicht durchdrehen !

2. Ein Motorradfahrer (m = 180 kg inklusive Fahrer) bremst auf einer Strecke von 30 m von der Geschwindigkeit v = 130 km/h auf v' = 50 km/h ab.
Welche Bremskraft muss er dabei mindestens auf die Straße bringen?
geg: m = 180 kg, s = 30 m
ges: F
Lsg: E_{kin} = ½ * m * v^2 ≈ 120 kJ E_{kin}' = ½ * m * v^2 ≈ 17 kJ
⇒ ΔΔ = 103 kJ
⇒ F * s = 103 kJ ⇒ $F = \frac{E_{kin}}{s} = \frac{103\ kJ}{30\ m} \approx 3,4k\ [\frac{Nm}{n} = N]$

Welche Bremsstrecke benötigt dieser Motorradfahrer bis zum Stillstand

⇒ F * s = 120 kJ ⇒ $s = \frac{E_{kin}}{F} = \frac{120\ kJ}{3,4\ kN} \approx 35\ [\frac{Nm}{N} = m]$

Zusammen mit der Reaktionszeit (1 s) kommt man bei dieser Geschwindigkeit locker auf eine gesamte Strecke von über 70 m:
Strecke in der Reaktionszeit s = v * t = 130 / 3,6 m/s * 1 s ≈ 36 m

Reibarbeit W_R = F * s

1. Ein Auto fährt mit v = 90 km/h (Durchschnittsgeschwindigkeit) konstant auf der Autobahn von München nach Berlin (600 km), Dabei tritt eine Reibkraft (Reifen, Motor, Luftreibung) von 800 N.

Berechne die Arbeit, die aufgebracht werden muss, um das Auto von München nach Berlin zu bringen.
geg: F, s
ges: W
Lsg: W = F*s = 800 N * 600 km = 480 000 kNm = 480 MJ

Benzin ist hochwertiges Heizöl, d. h. der Brennwert liegt bei ca. 40 MJ/Liter.
Wie viel Liter Benzin benötigt man?
480 MJ = n * 5 MJ/Liter ⇒ $n = \frac{480MJ}{40\frac{MJ}{Liter}} = \frac{480}{40} Liter = 12 Liter$
In Wirklichkeit benötigt man natürlich viel mehr – das ständige Beschleunigen und Bremsen, die zusätzlich benötigte elektrische Energie für Belüftung, Radio, Licht, etc. ist in dieser Rechnung nicht enthalten.