Lösung zu Buch S. 68/4

*** I – Gregor: y-Abschnitt 5, Steigung 2**

*** II – Sophie: y – Abschnitt 200, Steigung nicht linear (konstant)**

*** III – Lucas: y – Abschnitt 25, y = konstant = 25 (unabhängig von der Zahl der Liftfahrten)**

*** IV – Laura: angefangen vom ersten Einkauf (y – Abschnitt 0) steigen Kosten linear: jeder Einkauf 1 €**

Lösung zu Buch S. 69/8

*** I: f(x) = 1*x + 2 = x +2**	***II: f(x) =** $-\frac{5}{4} * x + 5$
***III: f(x) = y = 3 = konstant**	***IV: f(x) = 1*x – 6 = x - 6**

Mathematische Modellierung eines praktischen Beispiels:

Eine Badewanne ist mit 420 L Wasser gefüllt. Ab 14:34 wird sie abgelassen und zwar laufen pro Stunde 2400 Liter ab. Um 14:40 wird der Ablaufvorgang für 14 Minuten unterbrochen und danach wieder fortgesetzt: **allerdings fließen jetzt 3000 Liter pro Stunde ab**.

<u>Aufgabenstellung:</u>

Pedro will den Ablaufvorgang in ein minutengenaues Diagramm übersetzen
(Rechtsachse t/Min, Hochachse V/Liter).
Er will um 14:34 Uhr mit 0 [min] beginnen.

Schätze den gesamten Ablaufzeitraum in Minuten ab und erstelle ein passendes Diagramm. Entnimm dem Diagramm den ungefähren Zeitraum für den gesamten Ablauf und bestimme die dazu gehörige Uhrzeit.

Phase I des Ablaufvorganges kann durch eine lineare Funktion beschrieben werden.
Stelle den Funktionsterm V(t) auf und prüfe durch Berechnung von
Anfangspunkt (Bed.: t = 0 [min]) und
Endpunkt (Bed:: t = ????? [min]
Gib den eingeschränkten Definitionsbereich für Phase I an: D = ?????

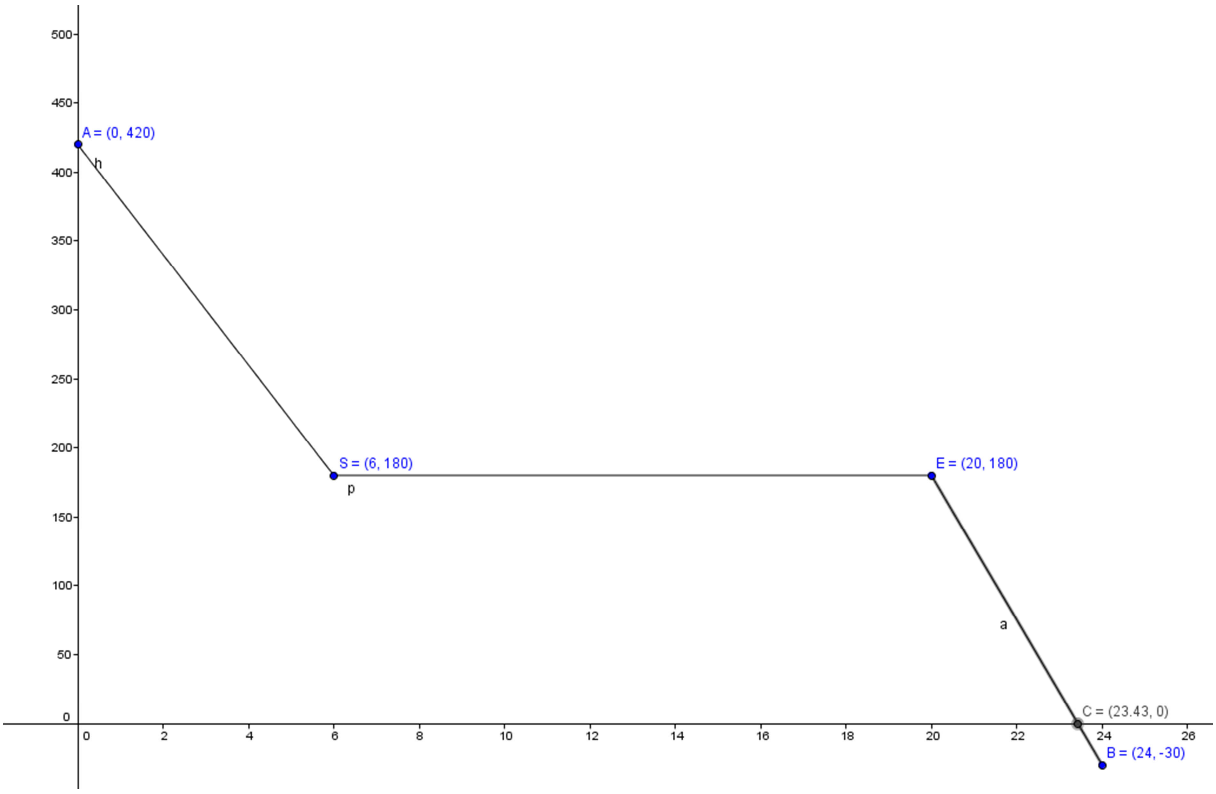
Phase II wird durch eine einfache lineare Funktion V = V_0 = konstant mit eingeschränktem Definitionsbereich beschrieben.
Bestimme den Funktionsterm V(t) und den Definitionsbereich D_{II} = ???
Gib den Anfangspunkt S in Koordinatenschreibweise an und bestimme die Koordinatenwerte für den Endpunkt E!

Phase III wird wieder wie in Phase I durch eine lineare Funktion V(t) beschrieben:

Bestimme aus der Angabe „3000 Liter pro Stunde“ die Steigung m in [$\frac{L}{Min}$] an und bestimme mit Hilfe von E den y-Abschnitt t.

Wann ist die Badewanne dann leer (runde auf Minuten genau!) und überprüfe dein Ergebnis am Diagramm.

Lösung:



Der Punkt B findet man z. Bsp. durch die Überlegung:
3000 L pro Stunde sind 200 L in 4 Minuten! (direkte Proportionalität)

Phase I: V(t) = - 40*t + 420 mit D=[0;6]
Phase II: V(t) = 180 mit D = [6;20]
Phase III: V(t) = -50*t + 1180 mit D = [20; ??]

Wann ist die Wanne leer?
Bedingung V(t) = 0 einsetzen in Phase III

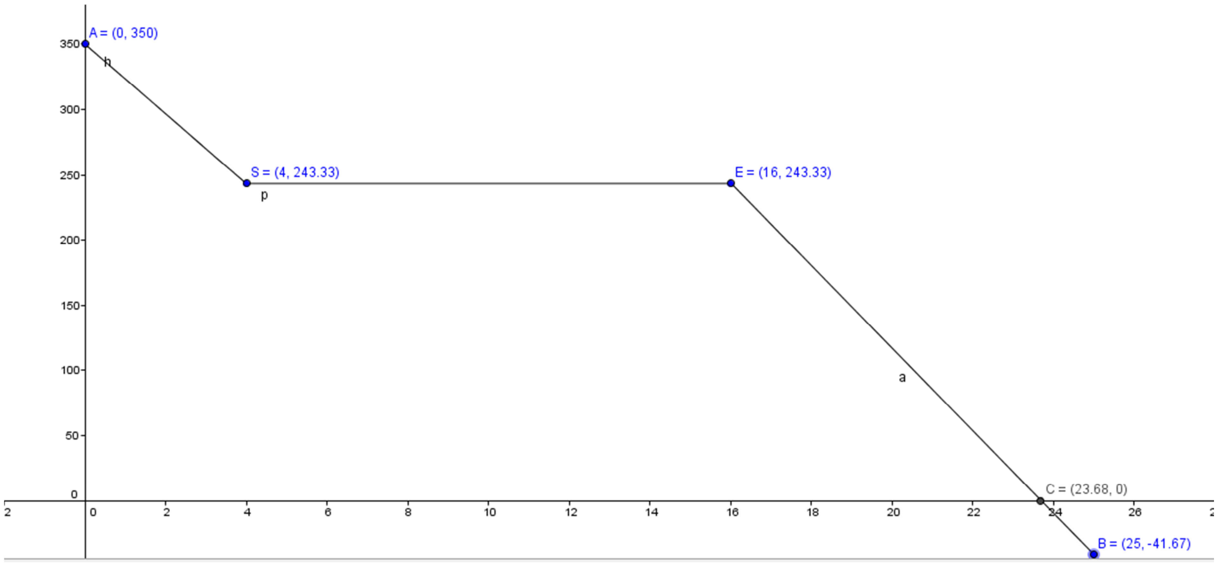
$$0 = -50 * t + 1180 \mid +50 * t \Leftrightarrow \quad 50 * t = 1180 \mid * \frac{1}{50}$$

$$\Leftrightarrow \quad t = \frac{1180}{50} = 23{,}6 \; [\, Min \,] = 23 \; Min \; 36 \; s$$

Stimmt mit Diagramm überein!

<u>zur Übung:</u>

Beginn: 12:21 - setze 0 Minuten ! mit 350 L Inhalt
Phase I: 4 Minuten mit 1600 L pro Stunde
Phase II: 12 Pause
Phase III: Ablauf mit 1900 L pro Stunde



Phase I – siehe Schulheft: $V_I(t) = -\frac{80}{3} * t + 350$

y-Wert zu t = 4 – Punkt S: $V_I(4) = -\frac{80}{3} * 4 + 350 = \frac{730}{3} = 243\frac{1}{3}$ $also\ S(4\ /\frac{730}{3})$

Phase II : $V_{II}(t) = \frac{730}{3} = konstant$

Phase III : $Ansatz\ mit\ V_{III}(t) = -\frac{190}{6} * t + t_V\ \ mit\ E\left(16\ /\frac{730}{3}\right) einsetzen$

$$\Rightarrow \frac{730}{3} = -\frac{190}{6} * 16 + t_V \mid +\frac{190}{6} * 16 \Leftrightarrow t_V = \frac{730}{3} + \frac{95*16}{3} = 750$$

Ergebnis für Phase III: $V(t) = -\frac{95}{3} * t + 750$

gesucht ist der Schnittpunkt mit der t-Achse, also die Nullstelle:

$$V(t) = 0 = -\frac{95}{3} * t + 750 \left| + \frac{95}{3} * t \Leftrightarrow \frac{95}{3} * t = 750 \right| * \frac{3}{95} \Leftrightarrow t = \frac{750 * 3}{95} = 23{,}68\ [\ Min\ ]$$

Umrechnen auf die Tageszeit: 12:21 + 23,68 = 12:44,68 = 12:44:41

<u>weiteres Beispiel zum Üben:</u>

Peter radelt mit v = 27 km/h im 28 km entfernten Bogen um 14:30 los und erreicht nach 25 Minuten Niederwinkling, das noch 12 km von Deggendorf entfernt ist. Dort legt er eine Pause von 18 Minuten ein und fährt dann gemütlicher mit v = 18 km/h weiter.

Wann erreicht Peter auf Minuten und Sekunden genau Deggendorf?

Löse analog den obigen beiden Beispielen Schritt für Schritt von t = 0 Min bei 14:30 ausgehend

<u>Lösungen:</u>

Ankunft Niederwinkling um 15:05 $\boldsymbol{S\left(\frac{320}{9}\ /\ 12\right)}$

Weiterfahrt um 15:23 $\mathrm{E}\left(\boldsymbol{\frac{482}{9}\ /\ 12}\right)$

Ankunft Deggendorf um 16:03 $\mathrm{C}\left(\frac{680}{9}\ /\ 0\right)$ also exakt 16:03:33