

Hinreichende und notwendige Kriterien für ein lokales Maximum bei differenzierbaren Funktionen

Erläuterung:

- lokales Maximum bei $x_0 \Leftrightarrow \forall x \in U(x_0) \text{ gilt: } f(x) \leq f(x_0)$
Dabei steht $U(x_0)$ für eine beliebig kleine Umgebung von x_0 . Die Aussage „In U besitzt ... „ ist folgendermaßen zu verstehen: Es gibt eine beliebig klein wählbare Umgebung (lokal), so dass die Aussage dort zutrifft.
- hinreichend: aus der Aussage A folgt Aussage B, aber nicht umgekehrt
Beispiel: Wenn ich dusche, werden meine Haare nass, aber ich kann auch nasse Haare besitzen, ohne dass ich dusche
- notwendig: immer wenn die Aussage B zutrifft, trifft auch A zu, aber die Aussage A reicht nicht aus, um zwingend die Aussage B zutreffen zu lassen – es fehlt noch etwas!
Beispiel: Jeder Wahlberechtigte ist 18 Jahre alt, aber nicht jeder 18-jährige darf wählen – er muss darüber hinaus z. Bsp. die deutsche Staatsbürgerschaft besitzen.

Im Folgenden sind mehrere Aussagen zur Existenz von lokalen Extremwerten bei differenzierbaren Funktionen aufgelistet – finden Sie anhand von Skizzen heraus, welche Aussagen zusammen gehören:

1. In U besitzt die Ableitungsfunktion für alle x -Werte positive Werte
2. In U besitzt die Ableitungsfunktion für alle x -Werte negative Werte
3. In U besitzt die Ableitungsfunktion sowohl positive als auch negative Werte
4. In U besitzt die Ableitungsfunktion genau eine Nullstelle
5. In U besitzt die Ableitungsfunktion genau eine Nullstelle ohne Vorzeichenwechsel
6. In U besitzt die Ableitungsfunktion genau eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel
7. In U besitzt die Ableitungsfunktion genau eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von Minus nach Plus
8. In U besitzt die Ableitungsfunktion genau eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von Plus nach Minus

Ordnen Sie folgende Aussagen den Fällen 1 – 8 zu:

- f besitzt in U genau ein lokales Maximum
- f besitzt in U genau einen Terrassenpunkt
- f ist auf U streng monoton fallend
- f besitzt in U genau ein lokales Minimum
- f besitzt in U eine Definitionslücke
- f besitzt an genau einer Stelle in U eine waagrechte Tangente
- f ist auf U streng monoton steigend
- f besitzt in U genau ein lokales Extremum

Als Hilfestellung finden Sie auf der Rückseite einige Funktionsgraphen als Beispiele

Ordnen Sie die Grafen soweit als möglich zu und teilen Sie die Kriterien für die Existenz eines lokalen Maximums zu!

