1. Kleiner Leistungsnachweis aus der Mathematik am 2.10.2013
Jahrgang 13/14 Kurs 11Q2, Kursleiter R. Schwarz, StD Name: ………………………………………………

Zur Auswahl stehen folgende Funktionen:

$f\colon x \mapsto \frac{(2x-4)(6-3x)}{3x-2}$ $\qquad g\colon x \mapsto \frac{(2x-4)(6-3x)}{(2x-3)^2}$ $\qquad h\colon x \mapsto \frac{2(x-2)^2(6-3x)}{3x-2}$

$i\colon x \mapsto \frac{x^2-4}{x^2+4}$ $\qquad j\colon x \mapsto \frac{3x^3-x^2}{(2x-3)^2}$ $\qquad k\colon x \mapsto \frac{x^2-3x}{3x-2}$

Gib jeweils alle Funktionen an, die die aufgelisteten Eigenschaften besitzen:

1. Nullstelle x = - 2 ………………………………
2. Zwei verschiedene Nullstellen ………………………………
3. Polstelle x = $-\frac{2}{3}$ ………………………………
4. Polstelle $x = \frac{3}{2}$ ………………………………
5. Grenzwert im Unendlichen y=0,2 ………………………………
6. Grenzwert im Unendlichen y = 1 ………………………………
7. schiefe Asymptote y = $\frac{1}{3}x + t$ ………………………………
8. insgesamt besitzen 3 Funktionen eine schiefe Asymptote ………………………………
9. zwei Funktionen besitzen eine waagrechte Asymptote ………………………………
10. eine Funktion besitzt eine doppelte Nullstelle x = 0 oVZW ………………………………

Zu untersuchen ist folgende Funktion $\boldsymbol{f\colon x \mapsto \frac{8-2x^2}{x^2-9}}$

Untersuche die Funktion f auf Definitionsbereich, Symmetrie, Grenzwerte im Unendlichen und stelle eine Vorzeichentabelle (VZT) auf. Skizziere den Graphen der Funktion.

Zu untersuchen ist folgende Funktion $\boldsymbol{f(x) = \frac{x-3}{x+5}}$

Bestimme mit Hilfe einer Polynomdivision die nötigen Transformationen, die diese Funktion aus der elementaren Funktion y= $\frac{1}{x}$ herstellen.

1. Kleiner Leistungsnachweis aus der Mathematik am 2.10.2013

Jahrgang 13/14 Kurs 11Q2, Kursleiter R. Schwarz, StD Name: Lösungsvorschlag

Zur Auswahl stehen folgende Funktionen:

$f: x \mapsto \frac{(2x-4)(6-3x)}{3x-2}$ $\quad g: x \mapsto \frac{(2x-4)(6-3x)}{(2x-3)^2}$ $\quad h: x \mapsto \frac{2(x-2)^2(6-3x)}{3x-2}$

$i: x \mapsto \frac{x^2-4}{x^2+4}$ $\quad j: x \mapsto \frac{3x^3-x^2}{(2x-3)^2}$ $\quad k: x \mapsto \frac{x^2-3x}{3x-2}$

Gib jeweils alle Funktionen an, die die aufgelisteten Eigenschaften besitzen:

1.	Nullstelle x = - 2	i
2.	Zwei verschiedene Nullstellen	f, g, h, i, j, k
3.	Polstelle x = $-\frac{2}{3}$	....
4.	Polstelle $x = \frac{3}{2}$	j
5.	Grenzwert im Unendlichen y=0,2	....
6.	Grenzwert im Unendlichen y = 1	i
7.	schiefe Asymptote y = $\frac{1}{3}x + t$	....
8.	insgesamt besitzen 3 Funktionen eine schiefe Asymptote	f, j, k
9.	zwei Funktionen besitzen eine waagrechte Asymptote	g, i
10.	eine Funktion besitzt eine doppelte Nullstelle x = 0 oVZW	j

Zu untersuchen ist folgende Funktion $f: x \mapsto \frac{8-2x^2}{x^2-9}$

Untersuche die Funktion f auf Definitionsbereich, Symmetrie, Grenzwerte im Unendlichen und stelle eine Vorzeichentabelle (VZT) auf. Skizziere den Graphen der Funktion.

$D_f = R\backslash\{\pm 3\}$, achsensymmetrisch zur y-Achse (nur geradzahligen Exponenten)

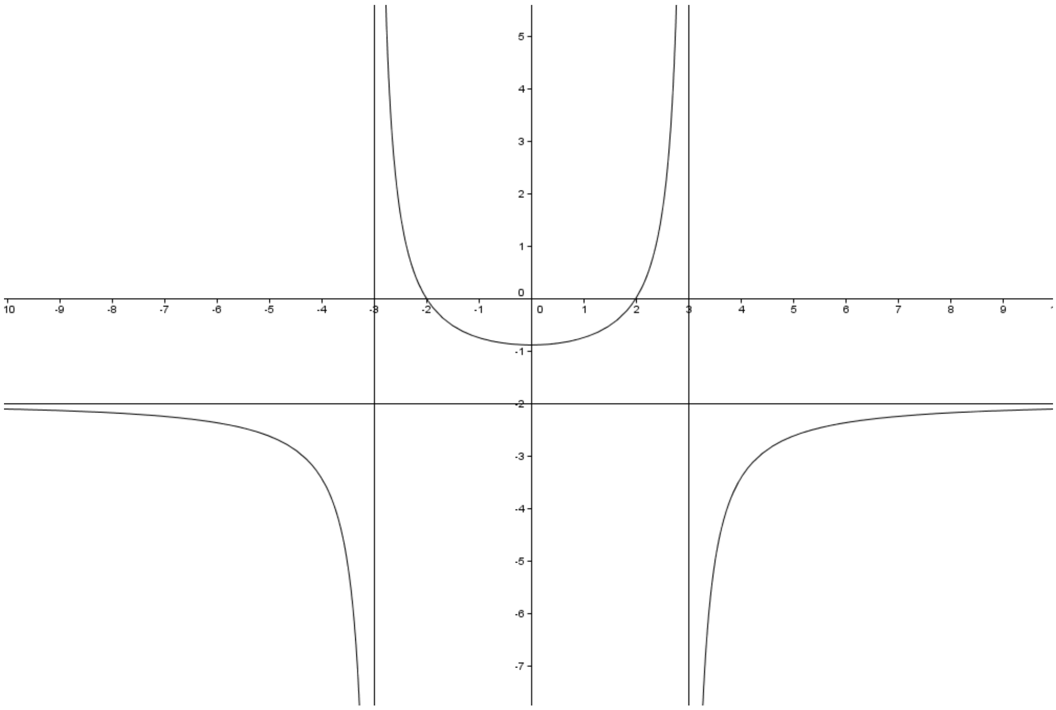
$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{8-2x^2}{x^2-9}\right] = \lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{x^2\left(\frac{8}{x^2}-2\right)}{x^2\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}\right] = \lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{\left(\frac{8}{x^2}-2\right)}{\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}\right] = -\frac{2}{1} = -2$$

Zähler: $8 - 2x^2 = 2(4 - x^2) = 2(2 - x)(2 + x)$ mit den Nullstellen $x_{1/2} = \pm 2$

Nenner: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$ mit den Nullstellen $x_{3/4} = \pm 3$

VZT

		-3		-2		2		3	
2	+		+		+		+		+
2+x	-		-		+		+		+
2-x	+		+		+		-		-
x+3	-		+		+		+		+
x-3	+		+		+		+		-
f(x)	+		-		+		-		+



Zu untersuchen ist folgende Funktion $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$

Bestimme mit Hilfe einer Polynomdivision die nötigen Transformationen, die diese Funktion aus der elementaren Funktion y=$\frac{1}{x}$ herstellen.

$$
\begin{array}{l}
(x-3) : (x+5) = 1 + \dfrac{-8}{x+5} \\
\underline{-(x+5)} \\
\quad -8
\end{array}
$$

Daraus lassen sich folgende Transformationen ablesen:

$$\frac{1}{x} \xrightarrow{Verschiebung\ in\ x{-}Richtung{:}5\ nach\ links} \frac{1}{x+5}$$

$$\xrightarrow{Streckung\ in\ y-Richtung\ mit\ Spiegelung\ an\ der\ x-Achse} \frac{-8}{x+5}$$

$$\xrightarrow{Verschiebung\ in\ y-Richtung\ um\ 1\ nach\ oben} 1 + \frac{-8}{x+5}$$