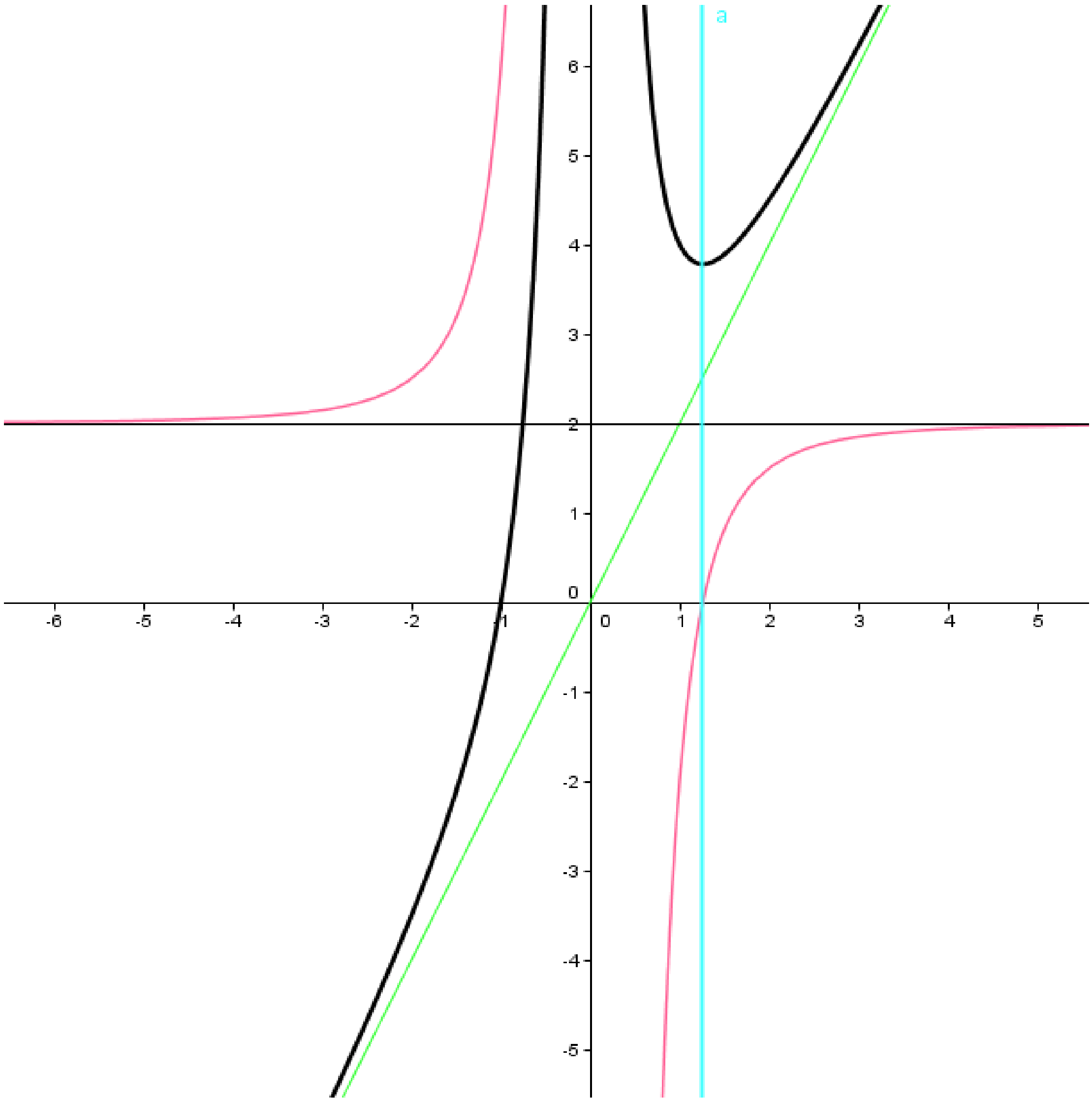
Buch S. 70/3e



Grundsätzliche Eigenschaften dieser Funktion:

- Schiefe Asymptote y = 2x:
  Zählergrad = Nennergrad +1 und Polynomdivision oder algebraisch umformen
  f(x) = 2x + 2/x^2 mit linearem Anteil: y = 2x
- Polstelle bei x = 0, doppelt oVZW
- Nullstelle bei x = - 1 = $(-1)^{1/3}$
- Grenzwerte im Unendlichen: $\lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty \;\; und \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

An der Stelle x = $\sqrt[3]{2}$ liegen keine dieser obigen Besonderheiten vor – also weitere Untersuchung mit Hilfe der Ableitungsfunktion f'(x)

Mit Zerlegung: f'(x) = 2 + 2*(-2)$\frac{1}{x^3} = 2\frac{x^3-2}{x^3}$

Oder mit Quotientenregel: f'(x) = $\frac{6x^2*x^2-(2x^3+2)*2x}{x^4} = \frac{2x^4-4x}{x^4} = 2\frac{x*(x^3-2)}{x^4} = 2\frac{x^3-2}{x^3}$

x = $\sqrt[3]{2}$ $einsetzen: f'(\sqrt[3]{2}) = 2\frac{2-2}{2} = 2 * \frac{0}{2} = 0$

Vorzeichenuntersuchung von f'(x) in der Umgebung von x = $\sqrt[3]{2}$

- 2 und x^3 ändern in einer Umgebung ihrer Vorzeichen nicht – beide Faktoren sind positiv
- $x^3 - 2$ *besitzt die Nullstelle* $2^{\frac{1}{3}}$ *und wechselt dort das VZ von − nach plus*
  Begründung: streng monoton steigend, da
  $(x^3 - 2)' = 3x^2 > 0$ *in einer Umgebung*

Folgerung: bei x=$\sqrt[3]{2}$ liegt ein lokales Minimum (Tiefpunkt) vor.

Alternativ mit f''(x) = -4 * (-3) * $\frac{1}{x^4}$ = 12 * $\frac{1}{x^4}$ > 0 ∀ x ∈ R