Buch S. 64/5d

Lösung mit Vorzeichenuntersuchung (Methode Aufgabe 4)

$$f(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{4}x \quad D = \Re$$

$$f'(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x_{1./2} = \frac{1}{2}(6 \pm \sqrt{36-20}) = \frac{1}{2}(6 \pm \sqrt{16}) = \frac{1}{2}(6 \pm 4)$$

Zerlegung in Faktoren – auch Satz von Vieta:

$$f'(x) = \frac{1}{4}(x-5)(x-1)$$

1 5

¼	+	+	+
x-5	-	-	+
x-1	-	+	+
f’	+	-	+
f	↗	↘	↗

Maximum	Minimum
P(1;7/12)	Q(5;-25/12)

Lösung nach Kochrezept (Methode zur Aufgabe 5)

Hinweis:
Alle x^3 – Kurven sind punktsymmetrisch zum Wendepunkt (jede x^3 – Kurve besitzt genau einen Wendepunkt !), d. h.
der Wendepunkt lässt sich auch folgendermaßen bestimmen:

x_w = ½*(1+5) = 3 y_W = ½*(7/12 – 25/12) =1/2*(-18/12)=-3/4

$$f(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{5}{4}x \quad D = \Re$$

$$f'(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x_{1./2} = \frac{1}{2}(6 \pm \sqrt{36-20}) = \frac{1}{2}(6 \pm \sqrt{16}) = \frac{1}{2}(6 \pm 4)$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 \vee x_2 = 5$$

$$f''(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x_3 = 3$$

$$f'''(x) = \frac{1}{2} > 0 \ \forall x \in D$$

Extremwerte:

$$\left.\begin{array}{l} f'(1) = 0 \\ f''(1) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \textit{Maximum } P_1(1/\frac{7}{12})$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(5) = 0 \\ f''(5) = \frac{1}{2} * 5 - \frac{3}{2} = 1 > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \textit{Minimum } P_2(5/-2\frac{1}{12})$$

Wendepunkte

$$\left.\begin{array}{l} f''(3) = 0 \\ f''(5) <> 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \textit{Wendepunkt } P_3(3/-\frac{3}{4})$$

Mittelwertbildung !