Buch S. 64/4d

Lösung mit Vorzeichenuntersuchung

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + 2 \quad D = \Re$$

*achsensymmetrisch zur $y$ – Achse*

*Nachweis durch Nachrechnen*

*zu zeigen*: $f(-z) = f(z) \forall z = D$

$$f(-z) = \frac{1}{2}(-z)^4 - 3(-z)^2 + 2 = \frac{1}{2}z^4 - 3z^2 + 2 = f(z)$$

$$f'(x) = 2x^3 - 6x = 2x(x^2 - 3)$$

$-\sqrt{3}$ $\quad$ 0 $\quad$ $\sqrt{3}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | + | + | + | + |
| x | - | - | + | + |
| $x^2$-3 | + | - | - | + |
| f’ | - | + | - | + |
| f | ↘ | ↗ | ↘ | ↗ |

Minimum $\quad$ Maximum $\quad$ Minimum

Lösung nach Kochrezept ( Methode zur Aufgabe 5 )

$f(x)=\frac{1}{2}x^4-3x^2+2 \quad D=\Re$

*achsensymmetrisch zur* $y$ – *Achse*

*Nachweis durch Nachrechnen*

*zu zeigen*: $f(-z)=f(z)\forall z=D$

$f(-z)=\frac{1}{2}(-z)^4-3(-z)^2+2=\frac{1}{2}z^4-3z^2+2=f(z)$

*Nullstellen von* $f$ *durch Substitution*

*mit* $z=x^2$ *gilt*: $f(z)=\frac{1}{2}z^2-3z+2=0\,|*2$

$\Leftrightarrow z^2-6z+4=0 \Leftrightarrow z^2-6z+4=0$

$\Rightarrow z_{1/2}=\frac{1}{2}(6\pm\sqrt{36-4*4})=\frac{1}{2}(6\pm\sqrt{20})=3\pm\sqrt{5}$

$f'(x)=2x^3-6x=2x(x^2-3)=0$

$\Rightarrow x_1=0 \vee x_{2/3}=\pm\sqrt{3}$

$f''(x)=6x^2-6$

*Extremwerte*:

$$\left.\begin{array}{l} f'(0)=0 \\ f''(0)=-6<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Maximum } P_1(0/2)$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(\sqrt{3})=0 \\ f''(\sqrt{3})=6*3-6=12>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Minimum } P_2(\sqrt{3}/-2{,}5)$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(-\sqrt{3})=0 \\ f''(-\sqrt{3})=6*3-6=12>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Minimum } P_2(-\sqrt{3}/-2{,}5) \text{ siehe Achsensymmetrie!}$$

*Wendepunkte*:

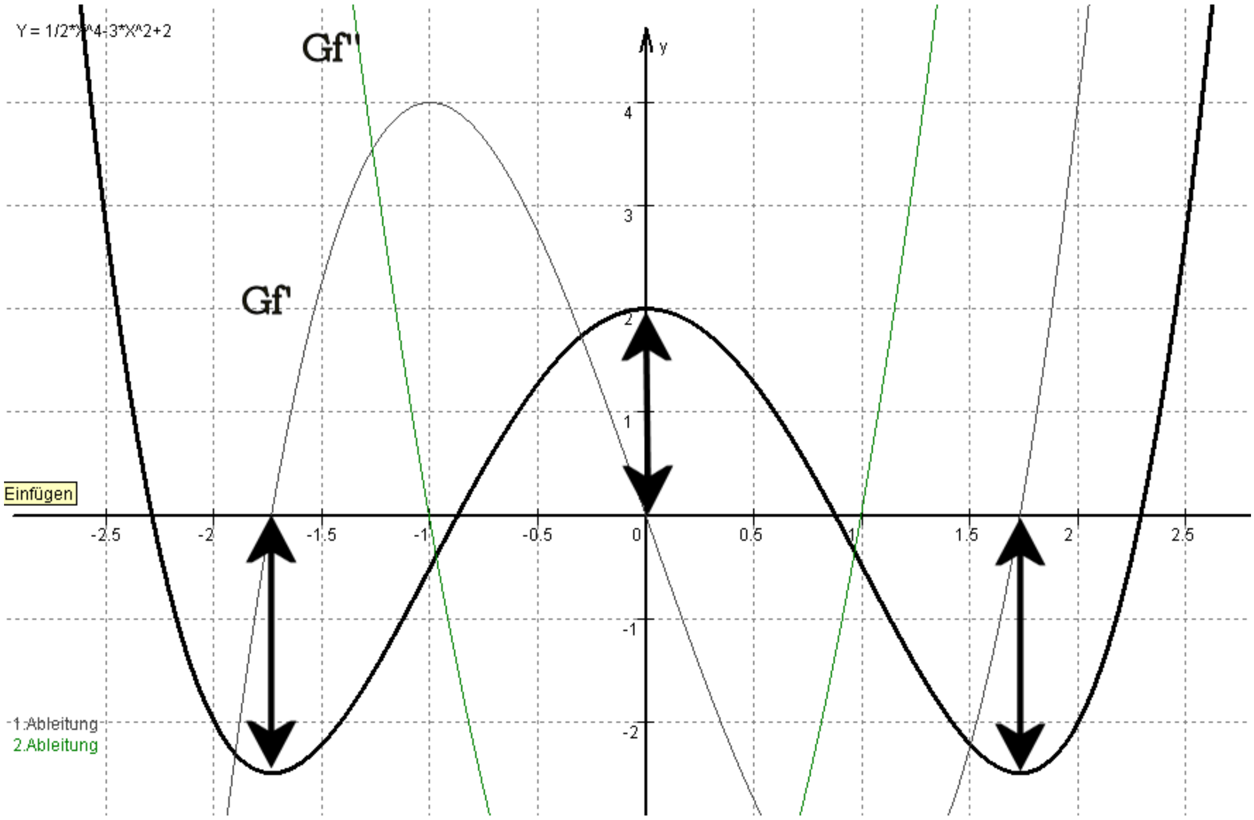
$f''(x)=6x^2-6=6(x^2-1)=0$

$\Rightarrow x_{4/5}=\pm 1$

*mit* $f'''(x)=12x$ *gilt*:

$$\left.\begin{array}{l} f''(1)=0 \\ f'''(1)<>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Wendepunkt } P_4(1/-0{,}5)$$

*mit Achsensymmetrie*: *Wendepunkt* $P_5(-1/-0{,}5)$


Y = 1/2*X^4-3*X^2+2
Gf''
Gf'
Einfügen
1:Ableitung
2.Ableitung
y
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
4
3
2
1
-1
-2