

B. S. 151/1

a:  $3^x = 0,5 \mid \sim \ln \Leftrightarrow \ln(3^x) = x * \ln(3) = \ln(0,5) \mid * \frac{1}{\ln(3)} \Leftrightarrow x = \frac{\ln(0,5)}{\ln(3)}$

b:  $2^x + \sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = 2^x - \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2^x - 2^{-\frac{1}{2}} = 0 \Leftrightarrow 2^x = 2^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$  ( 9. Jgstufe ) oder

$$2^x = -\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) \mid \sim \ln \Leftrightarrow x * \ln(2) = \ln\left(-\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right) \mid * \frac{1}{\ln(2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln\left(-\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right)}{\ln(2)} = -0,5 \text{ ( Oberstufe )}$$

c:  $0,25^{(x+2)} = 256 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} = 2^8 \Leftrightarrow (2^{-2})^{x+2} = 2^{-2x-4} = 2^8 \Leftrightarrow -2x - 4 = 8 \Leftrightarrow 2x = -12 \Leftrightarrow x = -6$  ( 9. Jgstufe ) oder

$$0,25^{x+2} = 256 \mid \sim \ln \Leftrightarrow (x+2) * \ln(0,25) = \ln(256) \mid * \frac{1}{\ln(0,25)} \Leftrightarrow x+2 = \frac{\ln(256)}{\ln(0,25)} \mid - 2$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\ln(256)}{\ln(0,25)} - 2 = -6$$

d:  $e^{x+1} = 10 \mid \sim \ln \Leftrightarrow (x+1) * \ln(e) = \ln(10) \Leftrightarrow x+1 = \ln(10) \text{ mit } \ln(e) = 1 \Leftrightarrow x = \ln(10) - 1$

e:  $1,8 * (1 + e^{-1,5x+1}) = 3,6 \mid * \frac{1}{1,8} \Leftrightarrow (1 + e^{-1,5x+1}) = \frac{3,6}{1,8} = 2 \mid - 1$

$$\Leftrightarrow e^{-1,5x+1} = 2 - 1 = 1 \mid \sim \ln \Leftrightarrow -1,5x + 1 = \ln(1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}$$

f:  $e^{x^2} = 2500 \mid \sim \ln \Leftrightarrow \ln(e^{x^2}) = \ln(2500) \Leftrightarrow x^2 * \ln(e) = x^2 = \ln(2500) \mid \sim \sqrt{\quad}$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\ln(2500)}$$

g:  $e^x * (e^x - e) = 0 \mid \Leftrightarrow I \quad e^x = 0 \quad II \quad e^x - e = 0$

1. Gleichung I  $e^x = 0 \mid \sim \ln \Leftrightarrow x * \ln(e) = \ln(0) \text{ Error!!! } L_1 = \{\}$

2. Gleichung II  $e^x - e = 0 \mid + e \Leftrightarrow e^x = e = e^1 \Leftrightarrow x = 1 \quad L_2 = \{1\}$

1. und 2. :  $L = L_1 \cup L_2 = L_2 = \{1\}$

h:  $e^x - 2 + e^{-x} = e^x - 2 + \frac{1}{e^x} = 0 \mid * e^x \Leftrightarrow (e^x)^2 - 2e^x + 1 = 0$

quadratische Gleichung in  $e^x$

Ansatz mit Substitution

$$e^x = z \Leftrightarrow z^2 - 2z + 1 = (z-1)^2 = 0 \text{ oder mit Mitternachtsformel}$$

$$\Leftrightarrow z = 1 \text{ Resubstitution } 1 = e^x \mid \sim \ln \Leftrightarrow \ln(1) = 0 = x * \ln(e) = x * 1 = x$$

$$L = \{0\}$$

i:  $e^{3x-4} = e^{1-x} \mid \sim \ln \Leftrightarrow 3x - 4 = 1 - x \Leftrightarrow 4x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

j:  $\sqrt{e^x} - \left(\frac{e^3}{e^x}\right) = 0 \Leftrightarrow (e^x)^{\frac{1}{2}} - e^{3-x} = 0 \quad | +e^{3-x} \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} = e^{3-x} \quad | \sim \ln \Leftrightarrow 3 - x = \frac{1}{2}x$   
 $\Leftrightarrow x = 2$

k:  $e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \Leftrightarrow (e^x)^2 - 5e^x + 4 = 0$  *eigentlich quadratische Gleichung in  $e^x$*

Substitution mit  $z = e^x$  ergibt:  $z^2 - 5z + 4 = (z - \dots)(z - \dots) = (z - 4)(z - 1) = 0$

oder mit Mitternachtsformel:  $z_1 = 4 \vee z_2 = 1$  Resubstitution

1. Fall:  $z = 4 \Leftrightarrow e^x = 4 \quad | \sim \ln \Leftrightarrow x = \ln(4)$

2. Fall:  $z = 1 \Leftrightarrow e^x = 1 \quad | \sim \ln \Leftrightarrow x = \ln(1) = 0$

1. und 2.  $\Rightarrow L = \{0; \ln(4)\}$

l:  $e^{3x} + 3e^{2x} - 4e^x = (e^x)^3 + 3(e^x)^2 - 4e^x = e^x * [(e^x)^2 + 3e^x - 4] = 0$

$\Rightarrow$  *Fallunterscheidung mit I*  $e^x = 0 \quad | \sim \ln$  *Error!!*  $L_1 = \{\}$

*II mit Substitution  $z = e^x$*

$z^2 + 3z - 4 = (z - \dots)(z + \dots) = (z - 1)(z + 4) = 0$

1. Fall:  $z = 3 \Leftrightarrow e^x = -4 \quad | \sim \ln$  *Error*  $L_1 = \{\}$

2. Fall:  $z = 1 \Leftrightarrow e^x = 1 \quad | \sim \ln \Leftrightarrow x = \ln(1) = 0$

1. und 2.  $\Rightarrow L = \{0\}$

m:  $2^{2x} - 2^{x+4} + 2^6 = (2^x)^2 - 2^x * 2^4 + 2^6 = 0$

wieder eine quadratische Gleichung in  $2^x$  – also weiter mit Substitution  $z = 2^x$  ergibt:

$z^2 - 16z + 64 = (z - \dots)(z - \dots) = (z - 8)(z - 8) = 0$

Resubstitution  $2^x = 8 \quad | \sim \ln \Leftrightarrow x * \ln(2) = \ln(8) \quad | * \frac{1}{\ln(2)} \Leftrightarrow x = \frac{\ln(8)}{\ln(2)}$

n:  $e^x = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \quad | \sim \ln \Leftrightarrow x = \ln\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = \ln(1) = 0$

o: Scherzaufgabe:

$x^2 - 4x + 3 = (x - \dots)(x - \dots) = (x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow L = \{3; 1\}$