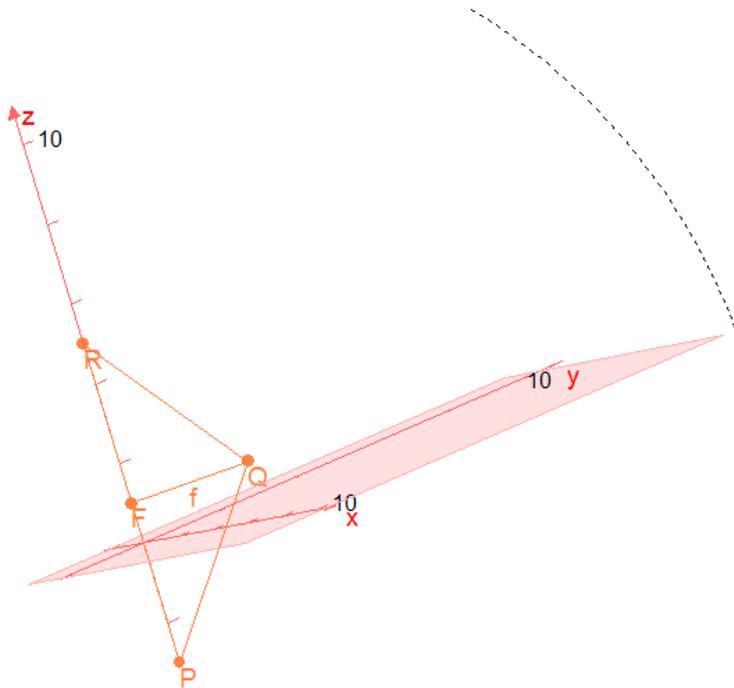


Analytische Geometrie:

B. S. 124/34



Der Rotationskörper besteht aus 2 Kegeln – also muss der Radius r der beiden Grundkreise (stimmt in diesem Fall überein) und die dazu gehörige Höhe bestimmt werden.

Mit $F(0/0/1)$ erhält man: $r = |\overline{FQ}| = \sqrt{(1,5\sqrt{2})^2 + (1,5\sqrt{2})^2} = 3$

und damit $V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}G_1h_1 + \frac{1}{3}G_2h_2 = \frac{1}{3}G(h_1 + h_2) = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{1}{3}3^2\pi * 8 = 24\pi$

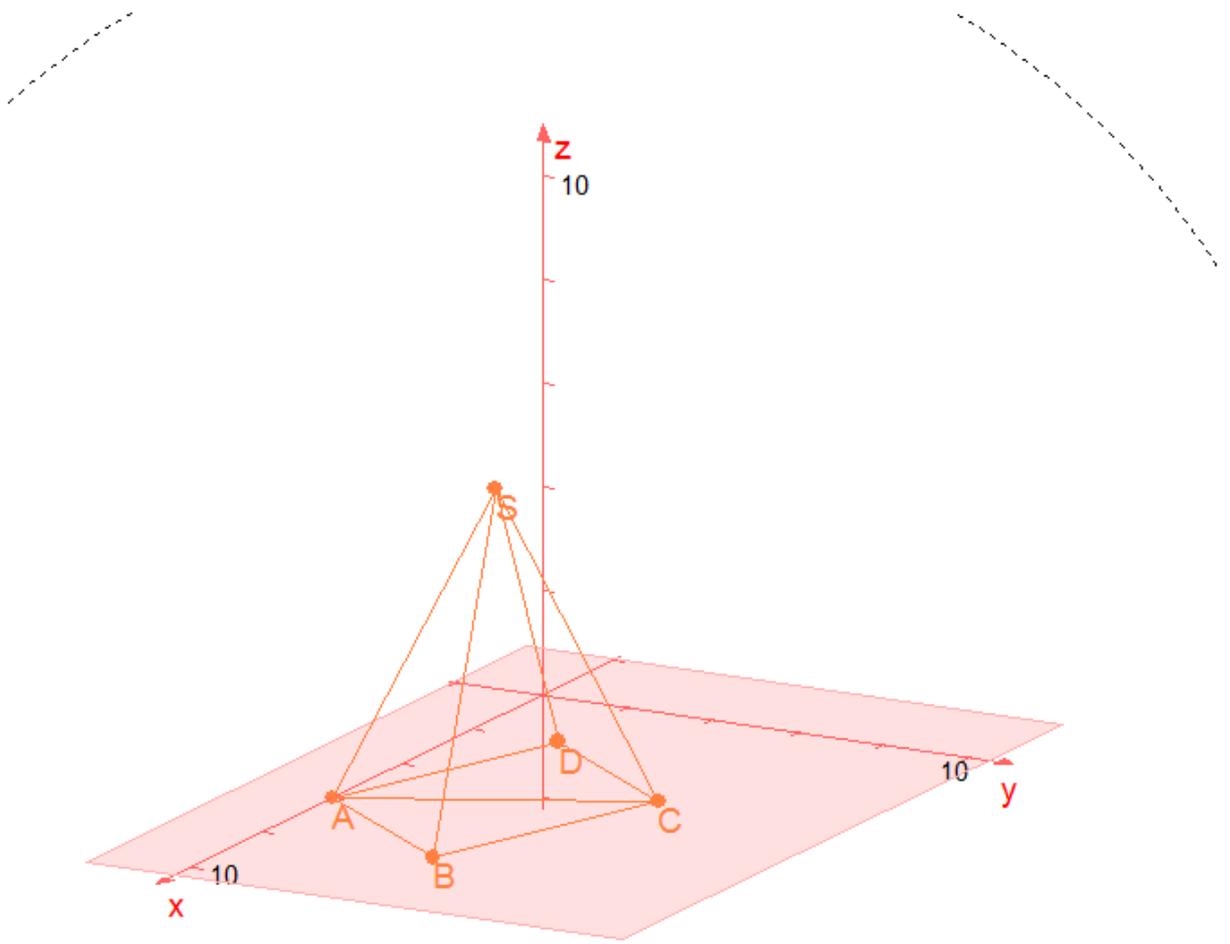
B. S. 125/37

a: Ansatz über die Bedingung: rechtwinklig – leicht mit dem Skalarprodukt zu überprüfen

$$\overline{AB} * \overline{AD} = 0 \Rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ a^2 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = -8 + 2a^2 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \quad | \sim \sqrt{\quad} \Rightarrow a_{12} = \pm 2$$

2 Fälle: $a = 2$ oder $a = -2$

1. Fall: $a = 2$



Überprüfung ergibt: alle 3 Innenwinkel sind rechte Winkel (warum muss dann der 4. Innenwinkel ebenfalls ein rechter Winkel sein ??)

Überprüfung der Seitenlängen ergibt: alle 4 Seitenlängen stimmen überein.

Also liegt für $a = 2$ ein Quadrat vor.

$V = 40$ – berechnen mit Kreuzprodukt und Aufteilung des Quadrates in 2 Teildreiecke mit gleicher Grundfläche:

$$V = 2 * \frac{1}{6} |\vec{AS} * (\vec{AB} \times \vec{AD})| = 2 * \frac{1}{6} \left| \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} * \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \right| = \frac{1}{3} \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 + 16 \end{pmatrix} \right| =$$

$$\frac{1}{3} |120| = 40$$

2. $a = -2$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{CD} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und damit liegt sicherlich kein Quadrat vor, da die Seitenlängen nicht übereinstimmen:

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{16 + 100} \neq |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{4 + 64}$$

b: Ansatz über die Streckenlänge z. Bsp.

$\overline{AB} = \overline{AD}$ liefert sofort: $a^4 = 16$, also wieder $a_{1,2} = \pm 2$ - weiter wie bei a

c: $\overrightarrow{CS} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 - 3a \\ 6 \end{pmatrix}$ liefert folgende Gleichung:

$$1^2 + [3(1 - a)]^2 + 6^2 = 19^2$$

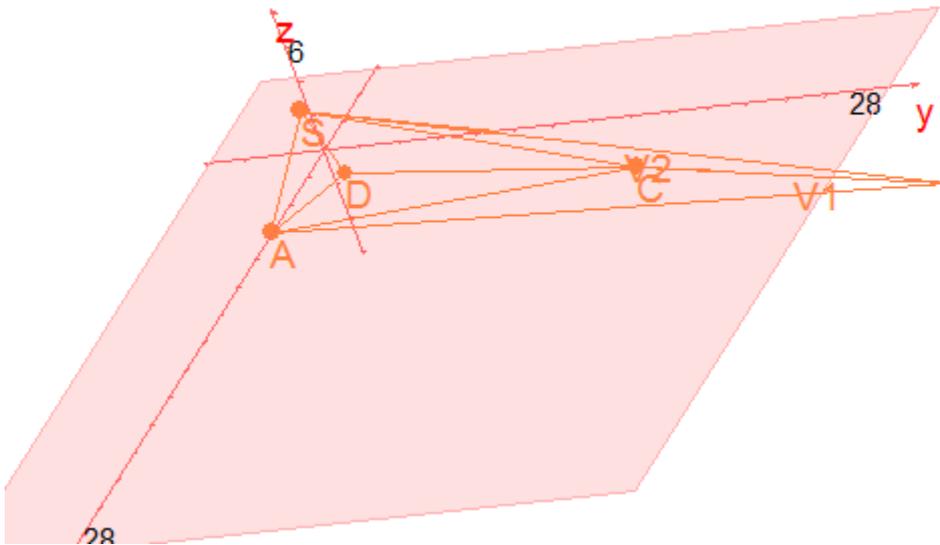
$$\Leftrightarrow 9 * [(1 - a)]^2 = 324 \mid * \frac{1}{9}$$

$$\Leftrightarrow (1 - a)^2 = \frac{324}{9} \mid \sim \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow 1 - a = \pm \frac{18}{3} = \pm 6$$

Wieder 2 Fälle: $a = 6$ oder $a = -6$

1. Fall: $a = 6$



$$\angle(CBS) = \angle(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BS}) \text{ mit } \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -18 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \overrightarrow{BS} = \begin{pmatrix} -3 \\ -33 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \cos(\phi) = \left[\frac{12 + 594 + 0}{\sqrt{340} * \sqrt{1134}} \right] \mid \sim \cos^{-1}$$

$$\Rightarrow \phi = 12,6^\circ$$

2. Fall: $a = -6$

$$\angle(CBS) = \angle(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BS}) \text{ mit } \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -54 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \overrightarrow{BS} = \begin{pmatrix} -3 \\ -33 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \cos(\phi) = \left[\frac{12 + 1782 + 0}{\sqrt{2932} * \sqrt{1098}} \right] \mid \sim \cos^{-1}$$

$$\Rightarrow \phi = 10,3^\circ$$