Fr, 22.5.2020, 10a, Mathematik

Nachbearbeitung Arbeitsauftrag

Nachbearbeitung Arbeitsauftrag

$$f_1(x) = -2x^2 + 4 \quad f_2(x) = -2x^3 + x \quad f_3(x) = -0{,}1x^4 + 2x^2 - 5 \quad f_4(x) = 0{,}2x^3 - 3x$$

Spiegelung an der y-Achse: f*(x) = f(-x) - ersetze den Funktionswert bei x durch den Funktionswert bei - x

$f_1^*(x) = -2(-x)^2 + 4 = -2x^2 + 4 \quad ah\ ja, ist\ sowieso\ achsensymmetrisch! \quad f_2^*(x) = -2(-x)^3 + (-x) = 2x^3 - x \quad f_3^*(x) = -0{,}1(-x)^4 + 2(-x)^2 - 5 = -0{,}1x^4 + 2x^2 - 5 \quad f_4^*(x) = 0{,}2(-x)^3 - 3(-x) = -0{,}2x^3 + 3x$

Punktspiegelung am Ursprung lässt sich in 2 Schritte zerlegen:

erst Spiegelung an der x-Achse - setze den y-Wert jeweils auf -y - also $f^*(x) = -f(x)$

dann Spiegelung an der y-Achse - ersetze den Funktionswert bei x durch den Funktionswert bei -x - also $f^{**}(x) = f^*(-x)$

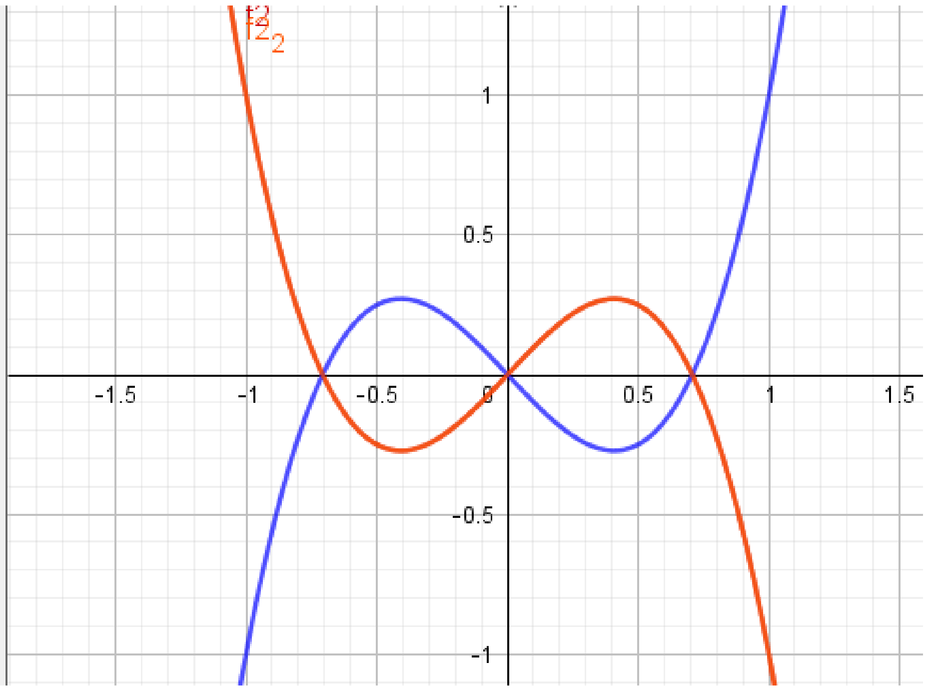
zusammengesetzt: $f^{**}(x) = -f(-x)$

$$f_1^{**}(x) = -[-2(-x)^2 + 4] = 2x^2 - 4 \quad f_2^{**}(x) = -[-2(-x)^3 + (-x)] = -2x^3 + x = f_2(x) \quad ah\ ja, ist\ ja\ sowieso\ punktsymmetrisch\ zum\ Ursprung$$

$$f_3^{**}(x) = -[-0{,}1(-x)^4 + 2(-x)^2 - 5] = 0{,}1x^4 - 2x^2 + 5 \quad f_4^{**}(x) = -[0{,}2(-x)^3 - 3(-x)] = 0{,}2x^3 - 3x$$

2. Beispiel gezeigt in GeoGebra

- **f2(x) = $-2x^3 + x$**
- **$f2_1(x)$ = $2x^3 - x$**
- **$f2_2(x)$ = $-2x^3 + x$**



Die Graphen von $f2\ und\ f2_2\ fallen\ zusammen!$

Beweise jeweils einen der beiden Fälle.

Beh: $f_2(x)\ ist\ achsensymmetrisch\ bzgl. der\ y-Achse\ zu\ f_2^*(x)$ (Teil 1)

zu zeigen: $f_2(z) = f_2^*(-z)$

von rechts weg: $f_2^*(-z) = 2(-z)^3 - (-z) = -2z^3 + z = f_2(z)$ q.e.d.

Beh: $f_2(x)$ *ist punktsymmetrisch bzgl. des Ursprungs zu* $f_2^{**}(x)$ (Teil 2)

zu zeigen: $f_2(z) = -f_2^{**}(-z)$

von rechts weg: $-f^{**}(-z) = -[-2(-z)^3 + (-z)] = -[2z^3 - z] = -2z^3 + z = f_2(z) \quad q.e.d.$

HA

BS 126/11b,c inklusive Überprüfung mit GeoGebra

b: mit den Vorarbeiten sollte das klar sein:

Nicht durch alle 4 Quadranten verlaufen sicherlich (3, f4) und (6, f2) , bei (5, f5) und (4, f6) handelt es sich um eine typische Definitionsfrage (gehört der Ursprung bzw. der Punkt auf der x-Achse zu beiden Quadranten ???)

Ich nehme mal an: ja - und beantworte 4 Fragen - damit bin ich auf jeden Fall auf der sicheren Seite!

(3) $f^*(x) = f_4(-x) = -(-x)^3 - 1 = x^3 - 1$

(6) $f^*(x) = f_2(-x) = [(-x) - 1]^3 = [-x - 1]^3 = [(-1)(x + 1)]^3 = -(x + 1)^3$

(5) $f^*(x) = f_5(-x) = (-x)^3 - 3(-x)^2 + 4 = -x^3 - 3x^2 + 4$

(4) $f^*(x) = f_6(-x) = (-x)[(-x) - 2]^3 = -x\,[(-1)(x + 1)]^3 = -x * (-1)^3 (x + 1)^3 = x\,(x + 1)^3$

c: sollte ich genauer gelesen haben - nicht doppelte Nullstelle, sondern mehrfache

(2) $f^*(x) = -f_3(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$

(5) $f^*(x) = -f_5(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

(6) $f^*(x) = -f_2(x) = [(-x) - 1]^3 = [(-1)(x + 1)]^3 = -(x + 1)^3$

Bitte arbeitet das sorgfältig nach - es sieht sehr einfach aus, ist aber wirklich fehleranfällig (ein Vorzeichen anders und schon passt nichts mehr)

Arbeitsauftrag:

Hole dir von der Homepage die beider Vorlagen für „hoch_3.ggb“ und „hoch_4.ggb“ (ich nehme jetzt mal an, dass jeder das zusammen basteln könnte und unnütze Fleißarbeit ist nun wirklich nicht mein Ding!) und experimentiere:

Sowohl für Polynomfunktionen 3. Grades als auch Polynomfunktionen 4. Grades gibt es bis auf Symmetrie und Verschiebung nicht so viele typische Formen - versuche eine Aufstellung der typischen Graphenausprägungen zusammen zu stellen - sehr hilfreich für die Oberstufe, da Funktionen höheren Grades praktisch keine Rolle spielen. Passe - falls nötig - die Achsenskalierung an!

HA

Eine weitere häufig auftretende Transformation von Funktionen ist die Bildung der Quotientenfunktion $\frac{1}{f(x)}$

Drucke die Vorlage aus und skizziere qualitativ (ohne konkrete Werte) jeweils in das darunter stehende KS den Graphen der Quotientenfunktion.
Achte dabei auf mögliche Asymptoten und die Vorzeichenfelder!