Mo, 11.5.2020, 10a, Mathematik

Nachbearbeitung Arbeitsauftrag

1. Beweise die Symmetrie für die obigen Aufgaben g, h, k

BS 120/1 g

Beh: achsensymmetrisch zur y-Achse
zu zeigen: f (z) = f (-z)

Ansatz: $f(-z) = (-z)^2\big(1-(-z)\big)\big((-z)+1\big) = z^2(1+z)(-z+1) = z^2(1-z)(1+z) = f(z)$

oder ausmultiplizieren f(x) = $x^2(1-x)(1+x) = x^2(1-x^2) = x^2 - x^4 = -x^4 + x^2$

Ansatz: $f(-z) = -(-z)^4 + (-z)^2 = -z^4 + z^2$

$Folgerung$: *alle Polynomfunktionen mit nur geraden Hochzahlen sind achsensymmetrisch*!

Hinweis: auch einfach Zahlen z. Bsp. „4“ gehören zu den geraden Hochzahlen:

formal: $4 = 4 * x^0 = 4 * 1 = 4$ *anschaulich*: $y = 2x^2 - 5$ *ist achsensymmetrisch zur* $y-$*Achse*!

h:

Beh: punktsymmetrisch zum Ursprung
zu zeigen: f (z) = - f (-z) oder gleichwertig - f (z) = f(- z)

Ansatz: $-f(-z) = -2(-z)[\,2*(-z)+1][1-2(-z)] = 2z[1-2z][2z+1] = f(z)$

oder ausmultiplizieren f(x) = $2x(2x - 4x^2 + 1 - 2x) = 2x(-4x^2+1) = -8x^3 + 2x$

Ansatz: $-f(-z) = -[-8(-z)^3 + 2(-z)] = -[-8*(-z^3) - 2z] = -[8z^3 - 2z] = f(z)$

$Folgerung$: *alle Polynomfunktionen mit nur ungeraden Hochzahlen sich punktsymmetrisch*!

Hinweis: Hier ist keine einfache Zahl - Verschiebung in y-Richtung - so einfach möglich:

Die Punktsymmetrie geht zwar nicht verloren - aber der verschobene Graph ist nicht mehr punktsymmetrisch zum Ursprung:

Wen es interessiert:

Schau dir in Geogebra die Graphen zu $f(x) = 0{,}2x^3 - 0{,}4x$ *und* $g(x) = 0{,}2x^3 - 0{,}4x + 3$ an!

analog k entweder direkt einsetzen oder zuerst ausmultiplizieren zu

$f(x) = x(x^2+2x+1)(x^2-2x+1) = x[x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 2x + x^2 - 2x + 1] =$
$x[x^4 - 2x^2 + 1] = x^5 - 2x^3 + x$ *nur ungeradzahlige Hochzahlen* $-$ *punktsymmetrisch*!

2. BS 120/3a, b

a: Nullstelle mit erraten: x = 1 oder x ausklammer - d.h. Nullstelle x = 0 ergibt:

$g(x) = x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$ *binomische Formel*!

b: zuerst aufräumen - Falle!

$g(x) = -x^3 - x = -x\,(x^2+1)$ eine Nullstelle: x = 0 - keine weitere Nullstelle, da $x^2 + 1 > 0\ \forall\, x$!

3. BS 120/4 a,b

a: Ansatz: $x^3 - x^2 - 2x + 3 = 1 \mid -1 \iff x^3 - x^2 - 2x + 2 = 0$

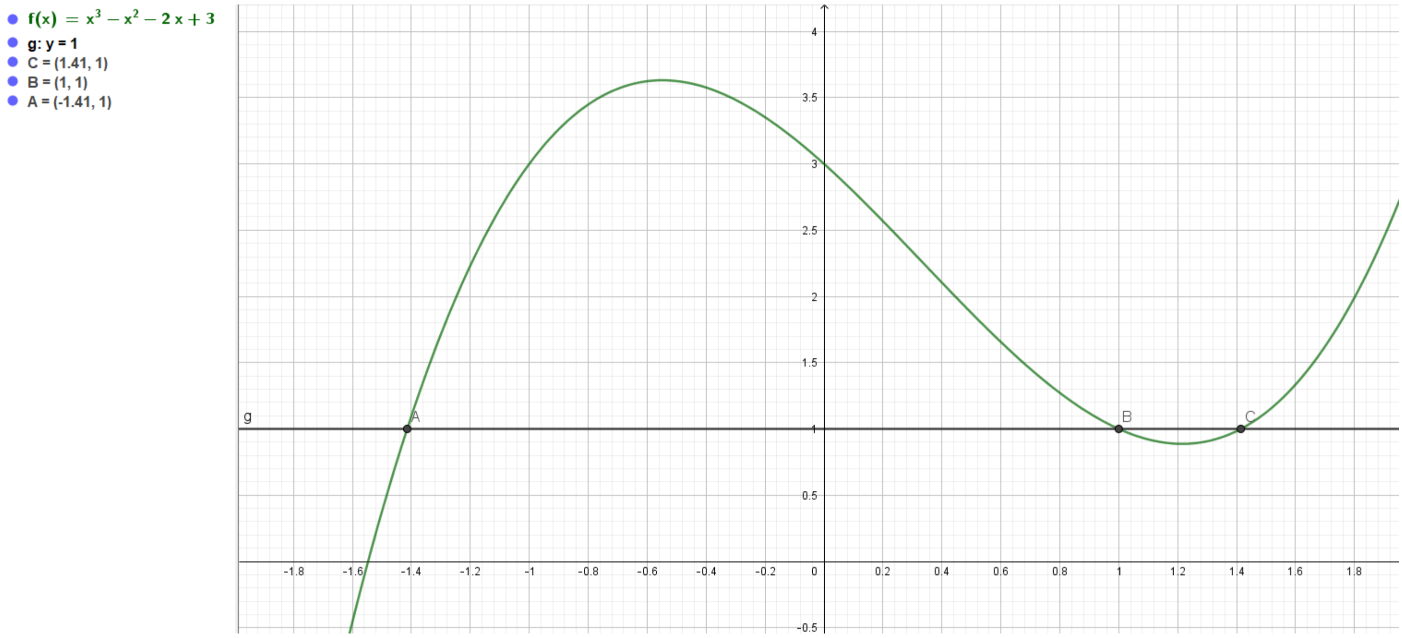
Alle Aufgabenstellungen dieser Art führen immer auf das Problem: Bestimme die Nullstellen!

Nullstelle erraten: x = 1   - weiter mit Polynomdivision

$x^3 - x^2 - 2x + 2 = (\, x-1)(x^2-2) = (x-1)\left(x+\sqrt{2}\,\right)(x-\sqrt{2}\,)$

also 3 Schnittpunkte $S_1(1\,/\ 1), S_2\left(\sqrt{2}\,/\,1\,\right)\, und\ S_3(\,-\sqrt{2}\ \ /\,1\,)$

Kontrolle mit Geogebra



b:

Ansatz: $x^3 - x^2 - 2x - 40 = 0 \qquad mit\ Faktorisierung\ von\ 40 = 4*10 = 2*2*2*5*1$

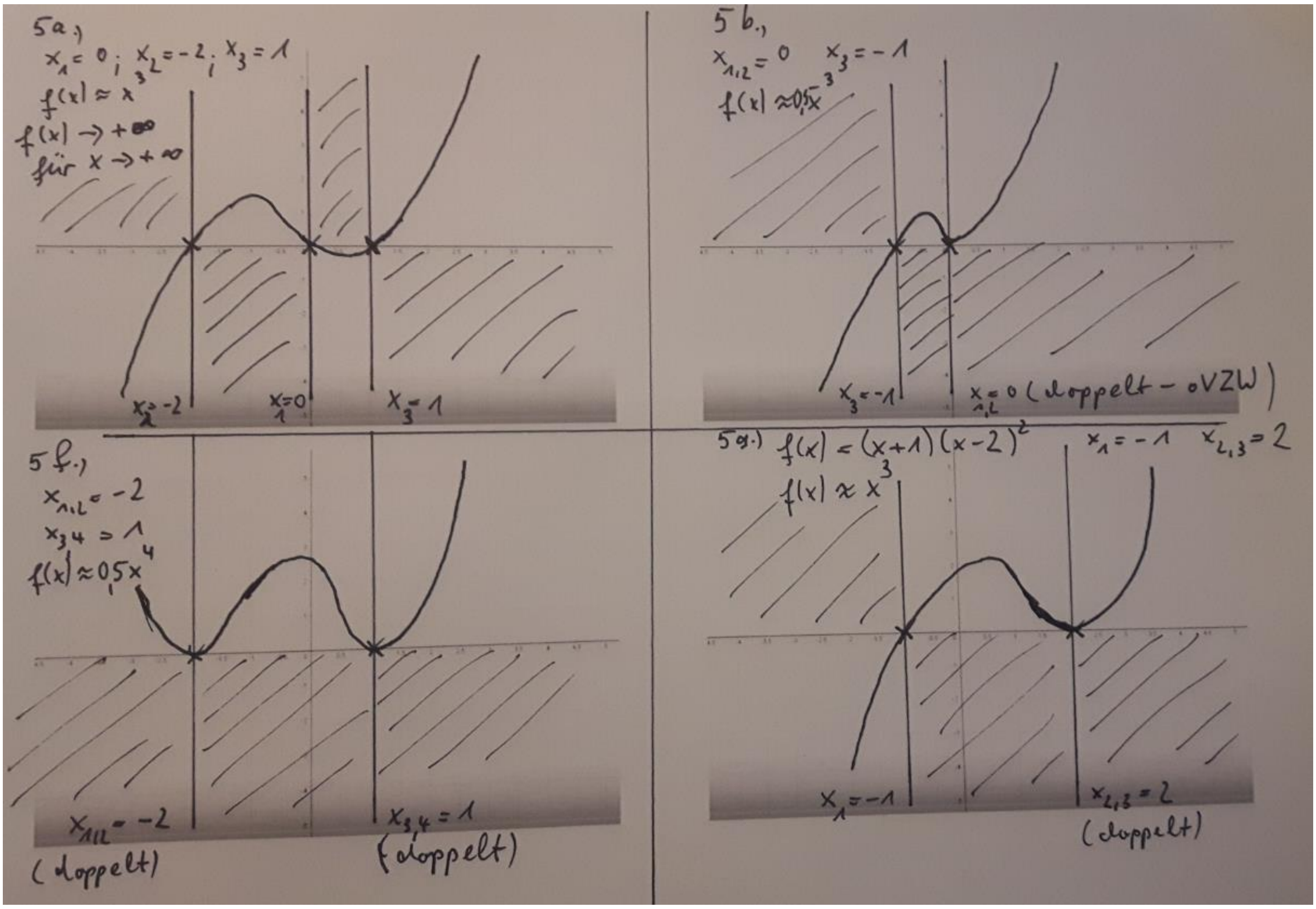
1 sicher nicht, 2 auch nicht, vielleicht 4
f(4)=64-16-8-40=0   - Treffer!

$(x-4)(x^2+3x+10) = 0$

Untersuchung der Diskriminante: $D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4*1*10 = 9 - 40 < 0\,!$
keine weiteren Lösungen bzw. Schnittpunkte S(4/40)

Kontrolle mit Geogebra

Nachbearbeitung HA



Bemerkung zu g: eine Nullstelle erraten und Polynomdivision - alle anderen sind klar

Arbeitsauftrag

BS 120/3 c, d

BS 120/4 c,d

HA

BS 121/8 a, b, c - wie oben:

Nullstellen mit Vielfachheit bestimmen, Grenzwert auf Vorzeichen hin klären, Felder im KS schraffieren und Graph zeichnen