Aufgaben zum Skalarprodukt

1. $A(-3\ /\ 5\ /\ 0\ ),\ \ B(\ 5\ /\ 11\ /\ -3\ )\qquad Bestimme\ \overrightarrow{AB}\ \ und\ |\ \overrightarrow{AB}\ |$
   Der Punkt P liegt auf AB, ist 3 mal so weit von A entfernt wie B und es gilt $P\ \notin\ [AB$

2. Zusammen mit C(0 / -2 / - 3) bilden die Punkte A, B und C ein Dreieck.
   Bestimme die 3 Seitenlängen des Dreiecks.

3. Bestimme zu den obigen Punkte A und C den Einheitsvektor $\overrightarrow{AC^0}\ \ und\ \overrightarrow{CA^0}$

4. Betrachtet werden die beiden Punkte A (- 3 / 0 / 7) und B (21 / -8 / 19).

   Bestimme $\overrightarrow{AB^0}\ \ und\ konstruiere\ den\ Punkt\ C, der\ die\ von\ B\ aus\ 3\ LE\ in\ Richtung\ A\ liegt.$

5. Zeige, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist: A(1/2/1), B(-1/4/2), C(2/3/1)

6. Die beiden Ebenen
   E: $2x_1 + x_2 - 5x_3 + 10 = 0\qquad und\quad H\colon\ \ x_1 - 2x_2\ = 0$ stehen senkrecht aufeinander.

7. $g\colon\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}\qquad und\quad h\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$
   schneiden sich. Bestimme den Schnittwinkel auf $0{,}1^0$ genau.

8. Die obige Gerade g schneidet die obige Ebene E. Bestimme den Schnittwinkel auf $0{,}1^0$.

Aufgaben zum Kreuzprodukt

9. Die beiden Geraden aus 7. bilden eine Ebene E.
   Stelle die NF von E aus.

10. Die Gerade g aus 7. und der Punkt A aus 5. bilden eine Ebene G.
    Stelle die HNF von G auf.

11. E: $x_1 - x_3 = 6$ und P(3/2/1)
    Bestimme den Schnittpunkt des Lotes von P auf E.
    Bestimme anschließend den Spiegelpunkt P‘ bezüglich der Ebene E.

12. Die Punkte P(2/-3/5) und P‘(0 / -2 /3) liegen symmetrisch bezüglich der Ebene E.
    Stelle eine Gleichung von E in Koordinatenform auf.

13. Die Punkte A, B, C und D bilden ein Parallelogramm: A(1/2/1), B(-1/4/2), C(4/0/1)
    Bestimme die Koordinaten des fehlenden Punktes D.
    Bestimme die Fläche des Parallelogramms.

14. Die Punkte A und B aus 13 bilden zusammen mit S(5/-4/10) eine Seitenfläche einer Pyramide.
    Berechne den Flächeninhalt.

Aufgaben zum Spatprodukt

15. Die $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}\ und\ \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}\ spannen\ einen\ Spat\ auf.$
    $Bestimmen\ den\ Volumeninhalt.$

16. Eine gerade, quadratische Pyramide liegt mit der Grundfläche in der $x_1 - x_2 - Ebene$.
    Die Punkte A(-2/3/0) und B(6/3/0) bilden 2 Eckpunkte der Grundfläche.
    Der Punkt S(2/-1/5) bildet die Spitze S der Pyramide.
    Bestimme den Rauminhalt der Pyramide mit Hilfe des Spatproduktes und elementar.

17. Die Punkte A(3/0/1), B(2/-2/3) und C(-1/2/0) bilden zusammen mit dem Punkt S(1/0/5) eine dreiseitige Pyramide.
Bestimme den Rauminhalt der Pyramide.

18. Untersuche, ob die jeweils gegebenen Vektoren „komplanar“ (in einer Ebene liegend) sind:

a: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$

b: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$