$E_1: 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 12 = 0$

$E_2: -6x_1 + 9x_2 - 12x_3 + 20 = 0$

ges: $d(E_1; E_2)$

Lösung mit Lotgerade

* Punkt $A \in E_1$

Setze $x_1 = x_2 = 0 \Rightarrow 4x_3 = 12 \quad | \cdot \frac{1}{4}$

$x_3 = 3$

d.h. $A(0|0|3) \in E_1$

* Lotgerade durch A auf E_1

$$l: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

* Schnittpunkt $E_2 \cap l = \{B\}$

in E_2 einsetzen:

$$-6 \cdot 2\lambda + 9 \cdot (-3\lambda) - 12 \cdot (3 + 4\lambda) + 20 = 0$$

$$-12\lambda - 27\lambda - 36 - 48\lambda + 20 = 0$$

$$-87\lambda = 16 \Rightarrow \lambda = -\frac{16}{87}$$

in l: $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \frac{16}{87} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = -\frac{16}{87} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$d(E_1; E_2) = |\vec{AB}| = \frac{16}{87}\sqrt{29} = \frac{16}{3} \cdot \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{29}} = \frac{16}{3\sqrt{29}}$