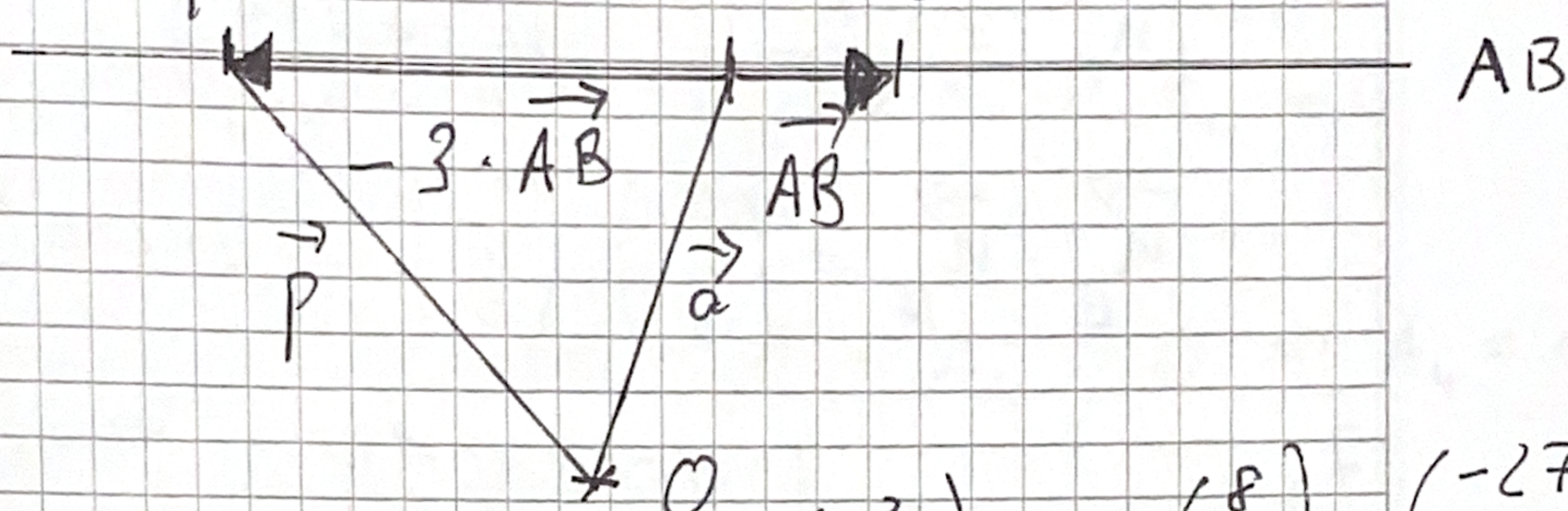


Werkzeuge Geometrie

Skalarprodukt

$$1.) \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \quad |\vec{AB}| = \sqrt{64 + 36 + 9} = \sqrt{109}$$



$$\vec{p} = \vec{a} - 3 \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -27 \\ -13 \\ 9 \end{pmatrix}$$

d.h. $P(-27 | -13 | 9)$

$$2.) \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{mit } |\vec{AC}| = \sqrt{9 + 49 + 9} = \sqrt{67}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -5 \\ -13 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit } |\vec{BC}| = \sqrt{25 + 169} = \sqrt{194}$$

$$3.) \quad \vec{AC}^0 = \frac{1}{\sqrt{67}} \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{CA}^0 = \frac{1}{\sqrt{67}} \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$4.) \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 24 \\ -8 \\ 12 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{36 + 4 + 9} = 7$$

$$\vec{AB}^0 = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{b} - 3 \cdot \vec{AB}^0 = \begin{pmatrix} 21 \\ -8 \\ 19 \end{pmatrix} - 3 \cdot \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 21 \\ -8 \\ 19 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{18}{7} \\ \frac{6}{7} \\ -\frac{9}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18\frac{3}{7} \\ -7\frac{1}{7} \\ 17\frac{5}{7} \end{pmatrix}$$

$$5.) \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = -2 + 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$6.) \quad \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_H = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_E \cdot \vec{n}_H = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 - 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$7.) \quad \cos(\varphi) = \left| \frac{\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}}{\sqrt{4+25+9} \cdot \sqrt{1+16}} \right|$$

$$= \frac{-2 + 12}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{17}} \quad | \sim \cos^{-1}$$

$$\Rightarrow \varphi = 66,8^\circ$$

$$8.) \quad \text{Betrachte } \vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\sin \varphi = \left| \frac{\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}}{\sqrt{4+25+9} \cdot \sqrt{4+1+25}} \right|$$

$$= \left| \frac{-4 + 5 - 15}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{30}} \right| \quad | \sim \sin^{-1}$$

$$\Rightarrow \varphi = 17,2^\circ$$