Kreuzprodukt

9.) $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ +5 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20-0 \\ -[-8-3] \\ 0-5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 20 \\ 11 \\ -5 \end{pmatrix}$

Ansatz: $20x_1 + 11x_2 - 5x_3 + A_4 = 0$

$A(1/-2/3)$ einsetzen:

$20 - 22 - 15 + A_4 = 0 \Rightarrow A_4 = 17$

$B(-3/8/9)$ einsetzen:

$-60 + 88 - 45 + A_4 = 0 \Rightarrow A_4 = 17$

10.) Betrachte $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$

mit $B(1/-2/3)$

$\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10+12 \\ -[-4-0] \\ 8-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

Ansatz: $11x_1 + 2x_2 + 4x_3 + A_4 = 0$

B einsetzen:

$11 - 4 + 12 + A_4 = 0 \Rightarrow A_4 = -19$

NF $11x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 19 = 0$

mit $\left|\begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}\right| = \sqrt{121+4+16} = \sqrt{141}$

HNF $\frac{1}{\sqrt{141}}(11x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 19) = 0$

11.) $E \parallel x_2$ - Achse

Benutze $\vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ als $\vec{u}$

$g: \vec{x} = \vec{p} + \lambda \vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

in E: $3 + \lambda - (1 - \lambda) = 6$

$2\lambda = 4 \Rightarrow \lambda = 2$

d.h. $F(5|2|0)$

$\vec{p}' = \vec{p} + 2 \cdot \overrightarrow{PF}$

$= \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$P'(7|2|-1)$

12.) $\overrightarrow{PP'} \perp E$, also

$\vec{n} = \overrightarrow{PP'} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

mit $\vec{m} = \frac{1}{2}(\vec{p} + \vec{p}')$

$= \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{5}{2} \\ 4 \end{pmatrix}$

~~A~~ gilt, $M(1|-\frac{5}{2}|4)$

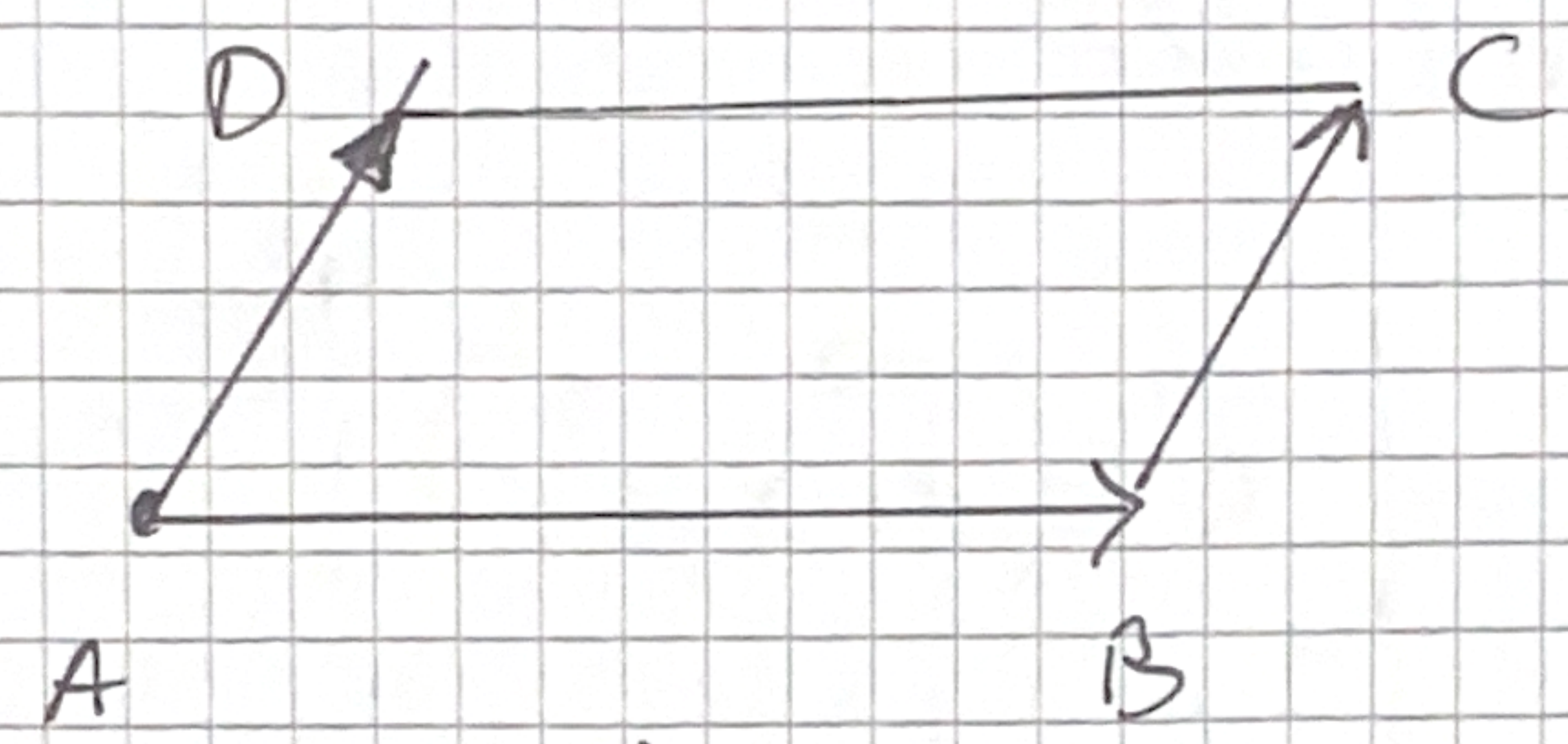
Ansatz: $-2x_1 + x_2 - 2x_3 + A_4 = 0$

M einsetzen: $-2 - \frac{5}{2} - 8 + A_4 = 0$

$\Rightarrow A_4 = 12{,}5$

NF E $\quad -4x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 25 = 0$

13.)



$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{d.h.}$$

$$\vec{d} = \vec{a} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

d.h. $D(6|-2|0)$

$$A = \left| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} \right| = \left| \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC} \right|$$

$$= \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} -2 + 4 \\ -[2 - 5] \\ 8 - 10 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \left| \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{4 + 9 + 4} = \sqrt{17}$$

14.)

$$A = \frac{1}{2} \left| \overrightarrow{SA} \times \overrightarrow{SB} \right| = \frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -9 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \\ -8 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \left| \begin{pmatrix} -32 + 72 \\ -[32 - 54] \\ -32 + 24 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 40 \\ 22 \\ -8 \end{pmatrix} \right|$$

$$= \sqrt{40^2 + 22^2 + 8^2} = \sqrt{2148} \; !$$