HA vom 25.11.2024, 10bc

Buch S. 71/3

a: $\alpha = 15^0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} * \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$ $\qquad b\colon\ x = \frac{\pi}{5} \Leftrightarrow \alpha = \frac{180^0}{5} = 36^0$

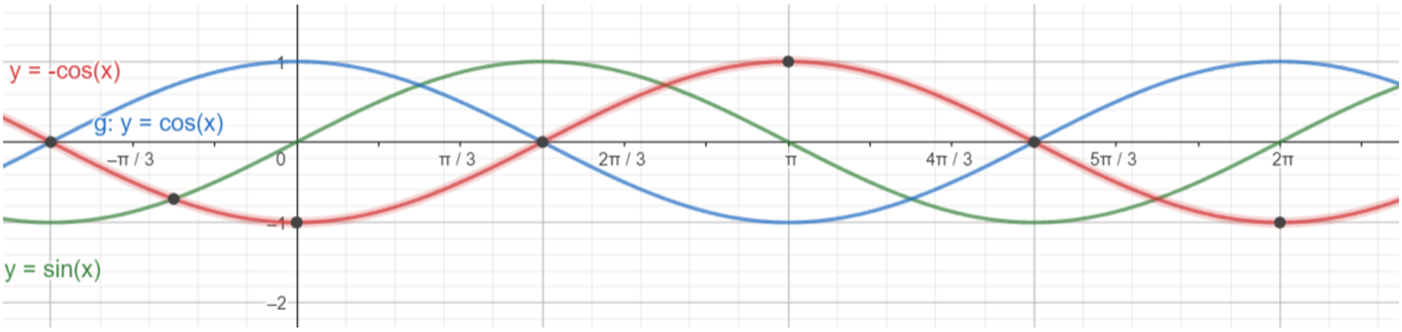
$c\colon$ $\alpha = 75^0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} * \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{12}$ $\qquad d\colon\ x = 1 \Leftrightarrow \alpha = 360^0 * \frac{1}{2\pi} = 57^0$

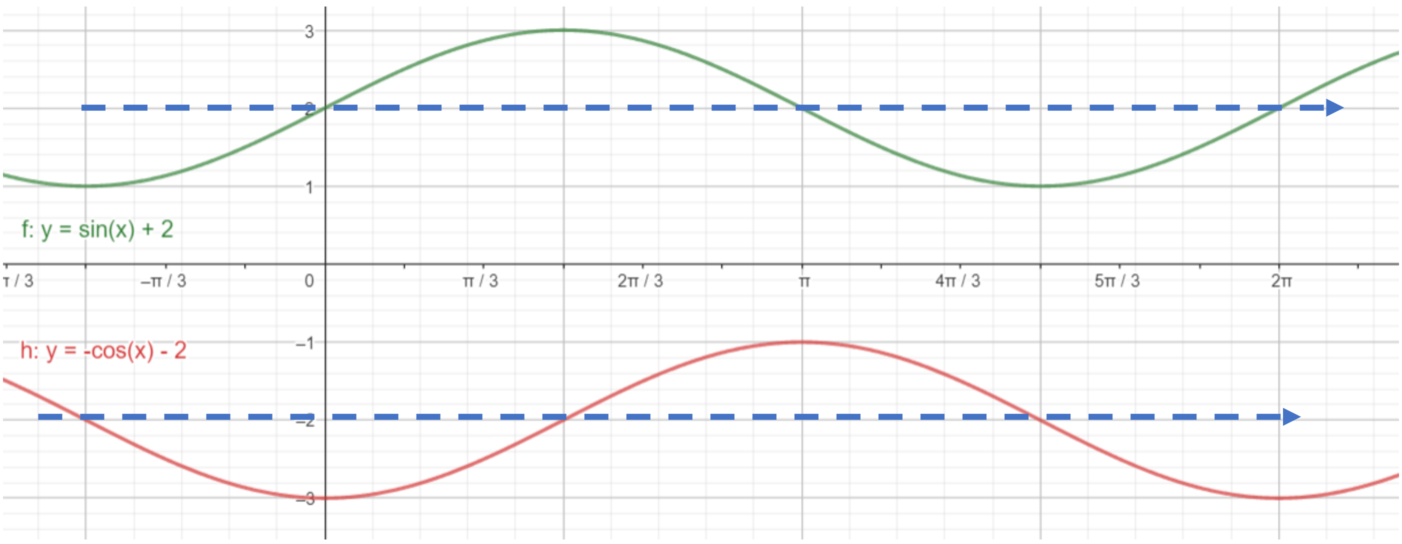
$i\colon$ $\alpha = -47^0 \Leftrightarrow x = -\frac{47^0}{360^0} * 2\pi = 0{,}820$ $\qquad j\colon\ x = -\frac{3}{4}\pi \Leftrightarrow \alpha = -135^0$

$k\colon$ $\alpha = 390^0 \Leftrightarrow x = \frac{390^0}{360^0} * 2\pi = \frac{13}{6}\pi$ $\qquad l\colon\ x = \frac{9}{2}\pi \Leftrightarrow \alpha = 765^0$

HA vom 29.11.2024, 10bc

x	**0**	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$
sin(x)	**0**	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	**1**	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
cos(x)	**1**	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	**0**	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
-cos(x)	**-1**	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$	**0**	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
sin(x)+2	**2+0**	$2+\frac{1}{2}$	$2+\frac{1}{2}\sqrt{3}$	**2+1**	$2+\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$2+\frac{1}{2}$
-cos(x)-2	**-1-2**	$-1\frac{1}{2}-2$	$\frac{1}{2}-2$	**-2**	$-\frac{1}{2}-2$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}-2$

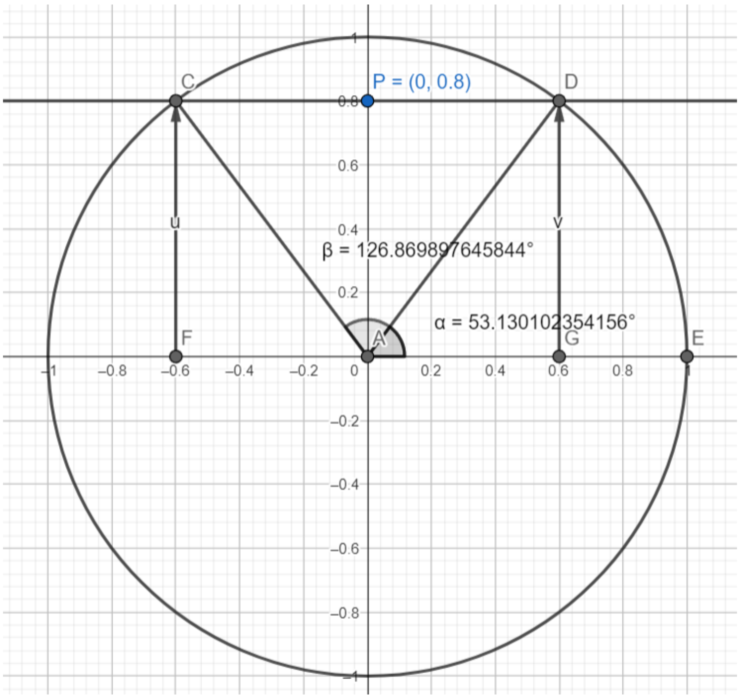




Buch S. 71/4 a,d   mit Einheitskreis - geeignet zur Ermittlung von passenden Winkeln

Hinweis: Der TR gibt immer nur eine möglichen Lösung für die Gleichung zurück - es existieren aber unendlich viele Lösungen! Weitere Lösungen müssen selbst ergänzt werden

a: $\sin(\alpha) = 0{,}8 \mid \sim \sin^{-1} \Rightarrow \quad \alpha = 53{,}1^0 \quad Vorsicht: Winkeleinheit\ am\ TR\ überprüfen!$



Man erkennt sofort:
auch der Winkel β stellt eine Lösung der Gleichung dar - Kontrolle mit TR!

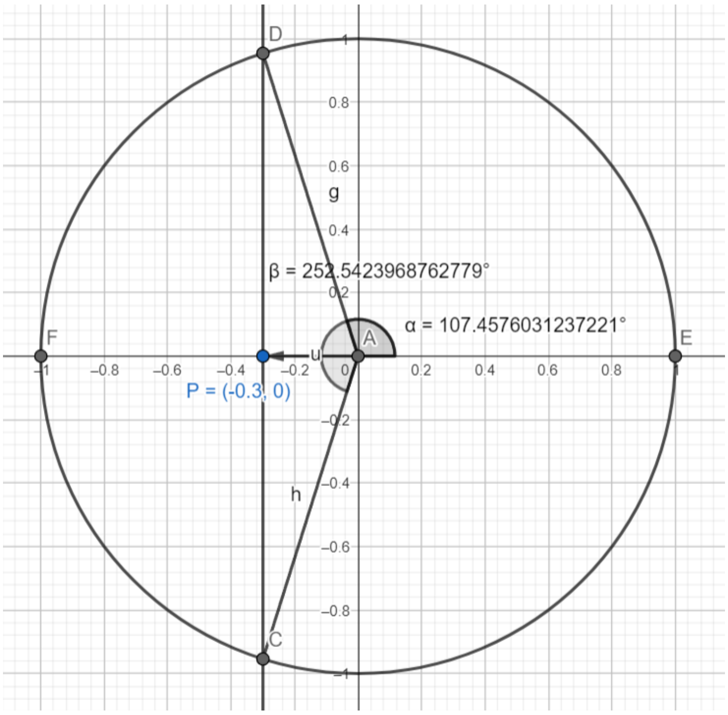
aus der Symmetrie erkennt man ebenfalls leicht, wie dieser Winkel bestimmt werden kann:

$$\beta = 180^0 - \alpha = 180^0 - 53{,}1^0$$
$$= 126{,}9\text{^}0$$

Aber es gibt noch viele weitere - ja sogar unendlich viele - Lösungen z. Bsp
$413{,}1^0, 773{,}1^0, \dots\dots..$
$486{,}9^0, 846{,}9^0, \dots\dots..$
$-306{,}9^0, -666{,}9^0, \dots\dots.$
$-233{,}1^0, -593{,}1^0, \dots\dots\dots$

Kontrolle mit TR!

d: $\cos(\alpha) = -0{,}3 \mid \sim \cos^{-1} \Rightarrow \quad \alpha = 107{,}5^0$



Man erkennt sofort:
auch der Winkel $\beta = 252{,}5^0$ stellt eine Lösung der Gleichung dar - Kontrolle mit TR!

aus der Symmetrie erkennt man ebenfalls leicht, wie dieser Winkel bestimmt werden kann:

$$\beta = 360^0 - \alpha = 360^0 - 107{,}5^0$$
$$= 252{,}5^0$$

Aber es gibt noch viele weitere - ja sogar unendlich viele - Lösungen z. Bsp
$612{,}5^0, 972{,}5^0, \dots\dots..$

… … … … … … … … … … … … …

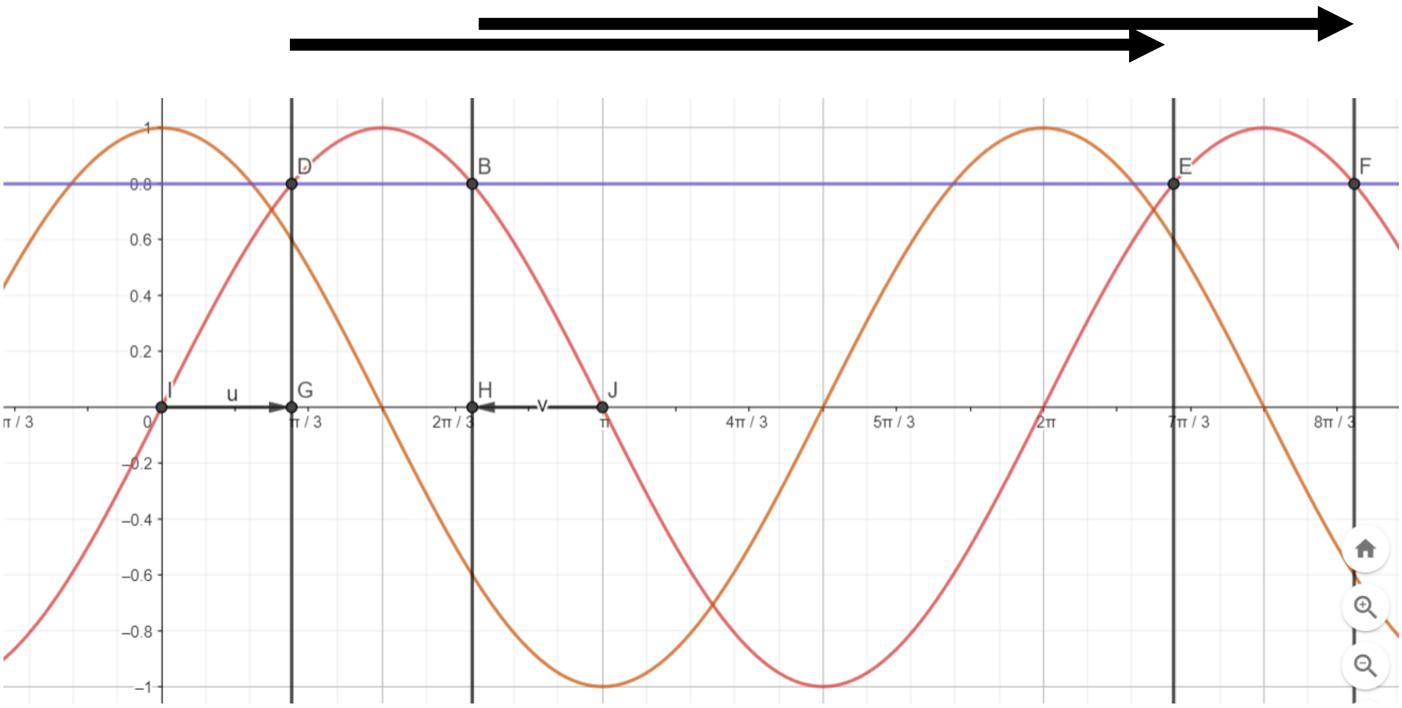
……………………………….

……………………………….

analoge Lösung für Gleichungen im Bogenmaß

$$\sin(x) = 0{,}8 \;|\sim \sin^{-1} \;\Rightarrow\; x = 0{,}93 = \frac{0{,}93}{\pi}\,\pi = 0{,}3\,\pi < \frac{1}{3}\,\pi \qquad \mathit{Vorsicht: Winkeleinheit!!}$$

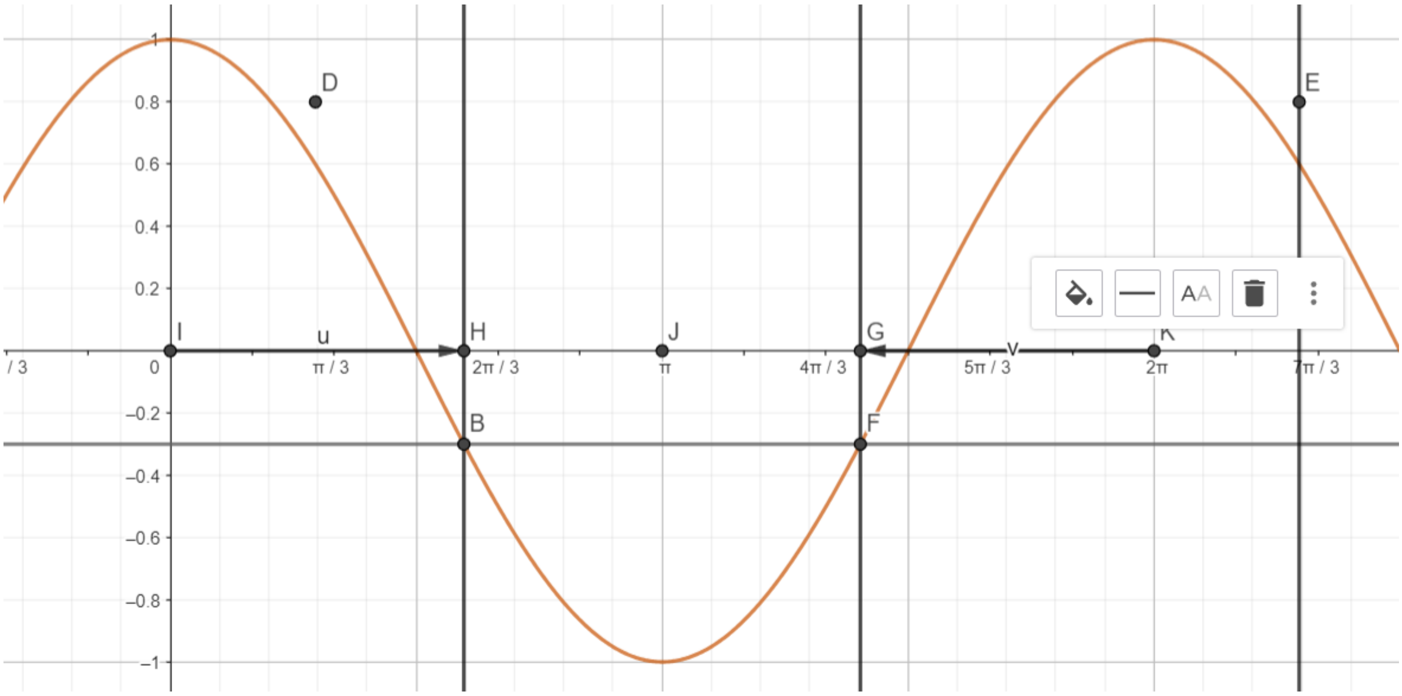
Die zweite Lösung im Bereich $0 \le x \le \pi$ erhält man wieder aus der Symmetrie:
$x_2 = \pi - x_1 = \pi - 0{,}93 = 2{,}2$ Kontrolle mit TR!



Die Darstellung von sinus als Funktion erklärt jetzt einfacher:
es existieren unendlich viele Lösungen der Gleichung, die sich durch Addition von Vielfachen von 2π angeben lassen:

L = { x | x = 0,93 + k * 2π ∨ x = 2,2 + k * 2π mit k ϵ Z (ganzzahlig, sowohl positiv als auch negativ!)}

analog für $\cos(x) = -0{,}3 \,|\sim \cos^{-1} \;\Rightarrow\; x = 1{,}88 = \frac{1{,}88}{\pi}\pi = 0{,}6pi > \frac{1}{2}\,\pi$

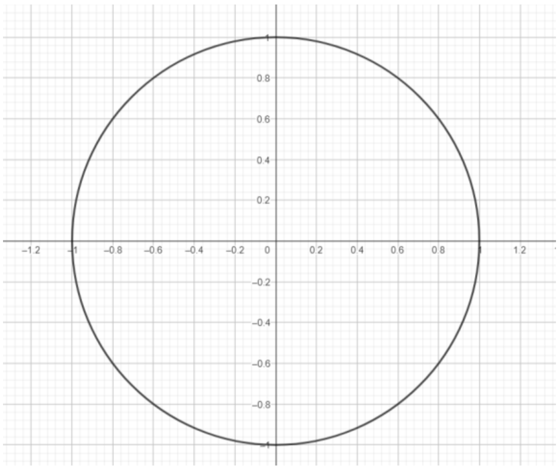


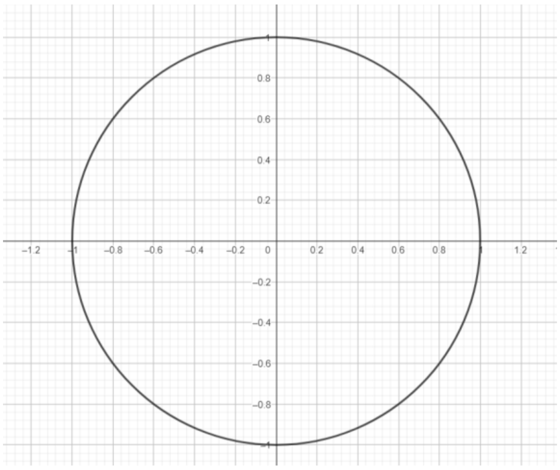
Die zweite Lösung in $\pi \le x \le 2\pi$ findet man wieder mit der Symmetrie: $x_2 = 2\pi - x_1 = 2\pi - 1{,}88 = 4{,}4 > \frac{4}{3}\,\pi$

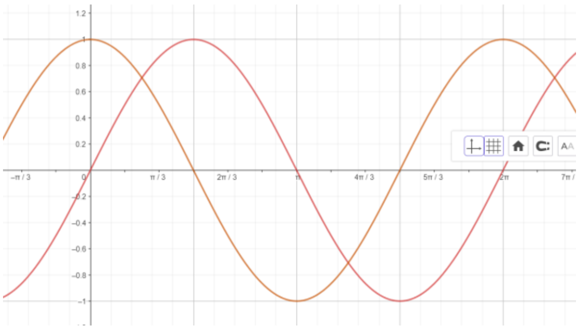
HA: **Löse analog** folgende Gleichungen im Bereich $0 \leq \alpha \leq 360^0 \quad bzw. \quad 0 \leq x \leq 2\pi$

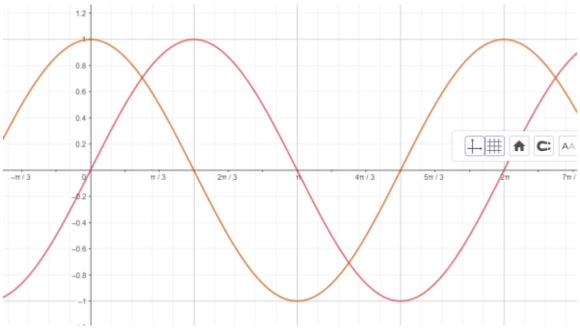
mit Hilfe des Einheitskreises: a: $\sin(\alpha) = -0{,}35$ b: $\cos(\alpha) = 0{,}7$

mit Hilfe der Funktionsgraphen c: sin(x) = 0,2 d: cos(x) = - 0,8









Zusatzfrage: Gib jeweils eine Lösung zu a - d im Bereich $2160^0 \leq \alpha \leq 2520^0 \quad bzw. \quad 20 \leq x \leq 27$